Årg. 38:2 Juni 1955

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

ANDRA HÄFTET

Tibor Gràf, Walter Bothe. Nobelpriset i fysik 1954 77

Kai Siegbahn, En lärobok i fysik för universitetsstudier 81

Josef Andersson, Mersenneska primtalsjättar 83

G. Starck, Tyndalleffekten. Ett laborationsförsök 87

Stig Avellén, En vätskelins med variabel brännvidd 89

Hans Riesel, Några primtal av formen $h \cdot 2^e - 1$ 91

Andreas Kelen, Spontane termiske fluktuasjoner som grense for måleinstrumenters nøyaktighet 93

Henrik J. Linde och Jerk Alton, Från solförmörkelsen sommaren 1954 101

N. E. Lundqvist, Materiel för undervisning i elektronik 107

Notiser: G. Starck, Sked för försök i halvmikroskala; A. Nilsson, Färgblandning, Ackumulatormodell för laborationer; H. Stenmark, Hur en planetslinga uppkommer; J. Andersson, Uppg. 7 i studentex., specialkurs, nov. 1954 110

Aktuellt: C. E. Blom, Förevisning av fysikaliska försök och instrument; B. Adell, Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Vårmöte i april 1955; Svenska Kemistsamfundet anordnar kurs i elektronik 113

Gradualavhandlingar: G. Frick; B. Gelotte; G. Larsson-Leander 116

Bokanmälningar: se omslagets andra sida.

Problemavdelning:

Matematiska problem (red. av S. Bågman) 138
Matematiska och fysikaliska uppg. i studentexamen mars 1955 141
Realexamen v.t. 1955: Provräkning 147
Praktisk realexamen v.t. 1955: Uppg. i fysik, Uppg. i kemi med laborationsteknik, Uppg. i beskrivande maskin- och byggnadslära 149

Insänd litteratur s. 137.

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner (två annonssidor); AB Philips; Svenska Bokförlaget.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor Torsten Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Särtryck, tidigare årg., pärmar: Se marshäftet.

Hjälp Elementas red. att hjälpa

de många som anmält luckor i de tidigare årgångarna 1—12. Det gäller i första hand bibliotek vid skolor och universitetsinstitutioner samt stadsbibliotek. Anmäl till red. vad Ni har att erbjuda, hela årgångar eller separata häften, och red. vill förmedla kontakt med vederbörande. Två speciella behov må nämnas: de fysiska institutionerna vid universitetet i Lund och vid Stockholms Högskola saknar resp. årg. 1 och årg. 12.

Red.

Bokanmälningar: Sutton, Mathematics in Action; van der Waerden, Science Awakening; Doob, Stochastic Processes; Blanc-Lapierre/Fortet, Théorie des fonctions aléatoires; Lévy, Théorie de l'addition des variables aléatoires; Hoheisel, Partielle Differentialgleichungen; Denjoy, Mémoire sur la derivation et son calcul inverse; Colloque sur les fonctions de plusieurs variables; Pearson/Hartley, Biometrika Tables for Statisticians; Bruhat, Optique; Huntley, Nuclear Species; Klug/Alexander, X-Ray Diffraction Procedures for Polycrystalline and Amorphous Materials; Alfvén, On the Origin of the Solar System; Levens, Graphics in Engineering and Science; Green/Zerna, Theoretical Elasticity; Puchstein/Lloyd/Conrad, Alternating-Current Machines; Doolittle, The Technology of Solvents and Plasticizers; Whitby, Synthetic Rubber; Laurson/Cox, Mechanics of Materials; Knöös, Kemi för allmänna linjen; Sundorph, Astronomi; Gjelsvik, Matematisk geografi; Ewing, Instrumental Methods of Chemical Analysis; Gilreath, Qualitative Analysis Using Semimicro Methods; Gibbs-Smith, A History of Flying 120

Författare i detta häfte: lektor B. Adell, Lund; stud. J. Alton, Lidingö; fil. dr. J. Andersson, Vaxholm; fil. lic. S. Avellén, Lund; fil. lic. G. Blom, Malmö; lektor E. Dahlin, Stockholm; lektor K.-G. Danver, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; fil. dr. G. Frick, Uppsala; docent T. Ganelius, Lund; fil. dr. G. Gelotte, Uppsala; docent T. Gråf, Stockholm; professor B. Groth, Stockholm; lektor T. Hall, Saltsjöbaden; docent E. Ingelstam, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; siviling. A. Kelen, Oslo; fil. dr. G. Larsson-Leander, Saltsjöbaden; stud. H. Linde, Lidingö; lektor T. Ljunggren, Stockholm; ing. N. E. Lundqvist, Västerås; laborator A. Magnéli, Stockholm, lärov. adj. A. Nilsson, Västerås; lektor E. Nilsson, Stockholm; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; professor F. Odqvist, Stockholm; fil. lic. H. Riesel, Stockholm; laborator H. Rådström, Stockholm; professor K. Siegbahn, Uppsala; professor H. Slätis, Stockholm; lektor G. Starck, Stockholm; lektor S. Säverborn, Djursholm; professor J. Tandberg, Stockholm.

Bilaga: Lindståhls Bokhandel.

Serien **MATEMATIKENS ELEMENT**

— rikt illustrerade läroböcker med

- **intresseväckande framställning**
- **fyndiga exempel**
- **en mängd förklarande textfigurer**

Hjalmar Nilsson — Frits Wigforss

ARITMETIK

"Boken är väl ägnad att ge den blivande läraren en fördjupad syn på den elementära aritmetiken och många goda uppslag till att uppfriska sin undervisning med roande exempel."

Agne Wahlgren i Elementa

Inb. 9:50

ALGEBRA I

"Framställningen är bred, och den pedagogiska skickligheten i förening med kulturhistoriska perspektiven gör Algebra I till en underhållande lärobok."

Tord Hall i Elementa

"... föredömligt korrekt ... läroboken anses som ett värdefullt och intressant tillskott till lärobokslitteraturen på området."

Inb. 16:50 *Karl von Proschwitz* i Tidn. för Sveriges Läroverk

GEOMETRI OCH PLANIMETRI

Boken är närmast avsedd för seminarierna men kan med fördel användas vid repetitionen av geometri och planimetri i realgymnasiet och på gymnasiets allmänna linje.

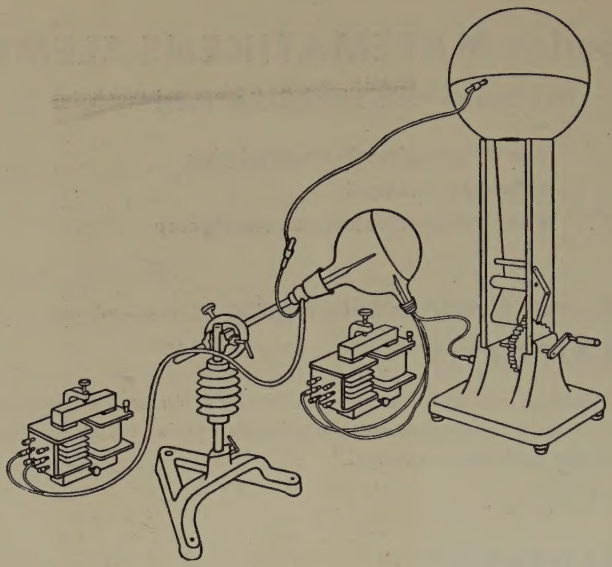
"... en uppslagsrik och underhållande lärobok."

Inb. 12:50 *Tord Hall* i Elementa

ALMQVIST & WIKSELL

BOX 159 – STOCKHOLM 1 – POSTGIRO 758

LEYBOLD



FÄLTELEKTRONMIKROSKOP

är en god hjälp vid undervisning i dagens ämne "atomfysik". Kan erhållas med preparaten Barium-Vorrat och Ftalocyanin. Apparat- och försöksbeskrivningar medföljer apparaturen.

Representant för

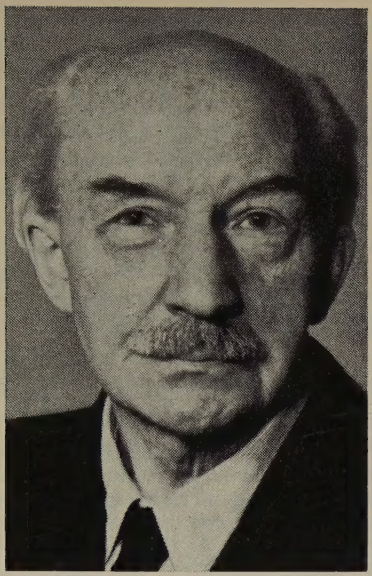
SPINDLER & HOYER, GÖTTINGEN OCH LEYBOLD, KÖLN

— RUDOLPH GRAVE AB —

Skolavdelningen

STOCKHOLM 3
Malmskillnadsgatan 48 c
Box 3082
Tel. 23 37 80

MALMÖ 6
Malmgatan 10
Box 6058
Tel. 381 25



Walter Bothe

Nobelpriset i fysik 1954

Walter Bothe av docent Tibor Gráf, Stockholm

För den som med uppmärksamhet följt de senaste årtiondenas fysiklitteratur kom icke meddelandet om Walter Bothes Nobelpris som någon överraskning. Man undrade snarare, varför denna utmärkelse icke tidigare tillfallit en framstående forskare, vars arbeten vid flera tillfällen på ett avgörande sätt bidragit till att lösa några av atomfysikens mest invecklade problem.

Det kan nämnas inledningsvis, att Bothes och hans medarbetare Beckers upptäckt (1930) av en strålning med förvånande stor genomträngningsförmåga, som utsändes av bor och beryllium vid beskjutning med α-partiklar, ledde till en utveckling av oanade mått, en utveckling, som sträckt sig till och med långt utanför den fysikaliska vetenskapens gränser. Det var dock en annan forskare, Chadwick, som 1932 kom på den tanken, att den av Becker och Bothe funna genomträngande strålningen icke alls var någon elektromagnetisk strålning utan bestod av neutroner, dvs. partiklar, som sakna elektrisk laddning, och vilkas rörelse därför ej bromsas i atomernas elektriska fält.

I Bothes ovanligt rika produktion skulle emellertid talrika arbeten kunna uppräknas, vilka ha krönts med fullständig framgång. Då en dylik uppräkning skulle av nödvändighet bli summarisk, förefaller det oss lämpligare här att endast redogöra för några få av Bothes banbrytande insatser och att skildra dessa insatser något utförligare. Vi tänka då i första hand på Bothes koincidensmetod och hans därmed gjorda upptäckter, för vilka han av Vetenskapsakademien tilldelades hälften av 1954 års Nobelpris i fysik.[1]

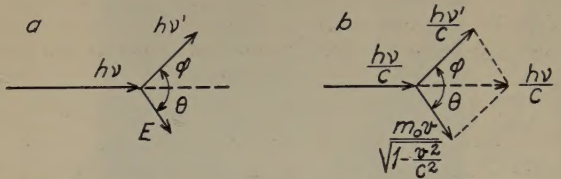


Fig. 1. Stötprocess mellan ett strålningskvantum och en fri elektron (Comptoneffekt). Diagram *a* visar, att strålningsenergien $h\nu$ minskas efter stöten med ett belopp lika med elektronens rörelseenergi E. Diagram *b* åskådliggör impulssatsen: resultanten av elektronens impuls, mv, och strålningens impuls efter stöten, $h\nu'/c$, är lika med den infallande strålningens impuls $h\nu/c$. Enligt relativitetsteorien blir elektronens massa vid hög hastighet (v) $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, där m_0 är elektronens vilomassa och c ljusets hastighet i vakuum.

Koincidensmetoden användes för första gången av Bothe och Geiger 1925 i ett försök, vars syfte var att visa riktigheten av Comptons och Debyes förklaring av stötprocessen mellan ett strålningskvantum och en fri elektron (1923). Denna förklaring bygger på mekanikens allmänna lagar beträffande konstans av energi och impuls, illustrerade av fig. 1 *a* resp. 1 *b*. Enligt en teori över strålningens natur, utarbetad 1924 av Bohr, Kramers och Slater, skulle emellertid vid atomära processer dessa lagar blott äga en statistisk giltighet. Energilagen skulle icke gälla för varje enskild stötprocess utan endast i genomsnitt för ett stort antal kvanta efter deras fullständiga absorption genom otaliga stötprocesser.

Om endast en liten bråkdel av strålningen absorberades inom ett volymelement, skulle, enligt Bohr, sannolikheten för att det mot elektronen spridda sekundära kvantum $h\nu'$ uppträder samtidigt med en elektron, kunna bli mycket mindre än ett. I motsats därtill fordrar Comptons teori, att vid varje stötprocess ett sekundärt strålningskvantum uppträder tillsammans med en rekylelektron.

[1] Bothe delade priset med Max Born; se innevarande års marsh., s. 7.

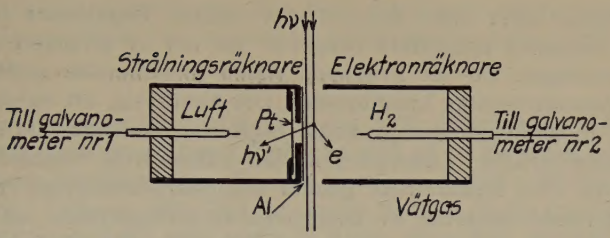


Fig. 2. Bothes och Geigers koincidensräknare, som voro monterade i en glasballong fylld med vätgas under atmosfäriskt tryck. Strålningen släpptes in i gasvolymen och sedan ut igen genom två tunna aluminiumfönster på ballongens motsatta sidor.

Bothe beräknade, att antalet samtidiga impulser från två spetsräknare, placerade som antytt i fig. 2, skulle vara omätbart litet, om mekanikens lagar blott ägde en statistisk giltighet vid atomära processer. Däremot skulle antalet koincidenser vara mätbart, om dessa lagar gällde för varje enskild stötprocess. I Bothes och Geigers försök registrerades de spridda kvanta i den vänstra räknaren, till vilkens inre varken primärkvanta ellre rekylelektroner kunde nå — de senare på grund av att räknarens fönster var täckt med för dessa elektroner ogenomträngliga folier — medan rekylelektronerna gåvo upphov till impulser i den högra öppna räknaren. Urladdningen i strålningsräknaren startades varje gång av en fotoelektron, som utlöstes i platinafoliet Pt av ett sekundärt strålningskvantum. Båda spetsräknarna voro av den typ, som hade uppfunnits av Geiger före tillkomsten år 1929 av de nu allmänt använda Geiger-Müller-rören. Impulserna från räknarna överfördes till två spegelgalvanometrar med mycket kort svängningsperiod. Galvanometerutslagen i sin tur fotograferades kontinuerligt på var sin hälft av ett filmband, som rörde sig med konstant hastighet, och på vilket även tidssignaler registrerades var 1/1000 sekund. Resultatet av ett tidsödande och mödosamt arbete, varvid över tusen meter film granskades, blev en glänsande bekräftelse av Comptons teori och av stötlagarnas giltighet vid varje enskild stötprocess.

År 1929 förbättrade Bothe sin koincidensmetod genom att ersätta spegelgalvanometrarna med ett elektronrör innehållande två galler. Impulserna från två Geiger-Müller-rör överfördes efter förstärkning och fasomkastning till var sitt galler i elektronröret, vilket blev strömförande, dock endast om båda impulserna kommo samtidigt. Elektronrörets anodström drev en vanlig telefonsamtalsräknare, vilken registrerade de på detta sätt automatiskt utsorterade koincidenserna.

Vid en undersökning över den kosmiska strålningens natur, utförd samma år med denna apparatur, funno Bothe och Kolhörster ett

överraskande stort antal koincidenser mellan impulserna från två ovanför varandra uppställda räknerör. En del av försöken utfördes i källarvåningen till en byggnad, vilken absorberade strålningens mindre genomträngliga komposanter. Det visade sig, att antalet koincidenser under byggnaden praktiskt taget icke ändrades, då en 4 cm tjock guldabsorbator placerades mellan räknerören. Koincidenserna kunde icke vara framkallade genom sekundära elektroner utlösta i den omgivande materian av energirika strålningskvanta, då sannolikheten för ett och samma kvantum att utlösa dylika elektroner i båda rören är mycket liten. Bothe och Kolhörster drogo därför av dessa försök den slutsatsen, att den hårda komposanten i den kosmiska strålningen måste bestå av laddade partiklar med oerhört stor genomträngningsförmåga.

Blott några månader efter tillkomsten av Bothes elektronrörskoppling, infördes av den italienske fysikern Rossi en förbättring, som möjliggjorde tillämpningen av koincidensmetoden på ett större antal räknerör. Det blev nu möjligt att räkna enkla impulser eller koincidenser mellan enstaka räknerör, även om det villkoret ställdes, att inga samtidiga impulser skulle förekomma i andra rör (antikoincidenskoppling).

Både koincidens- och antikoincidensapparaterna äro av oskattbart värde vid studiet av den kosmiska strålningen. Som exempel skall här blott nämnas den av Blackett införda automatiska utlösningen av Wilson-kammaren medelst koincidensimpulser från två räknerör, då dessa genomkorsas av den partikel, vilkens reaktioner med olika atomkärnor man önskar att studera i Wilson-kammaren.

Bothe var en av de allra första forskare, som tillämpade koincidenstekniken på kärnfysikaliska undersökningar. På skilda håll har under de sista tjugo åren framkommit ett stort antal kärnfysikaliska metoder grundade på koincidensmätningar. Både Geiger-Müller-rör och scintillationsräknare ha därvid kommit till användning för att undersöka samhörigheten mellan olika strålar från ett och samma atomslag. Kartläggningen av energinivåernas mångfald hos hundratals radioisotoper hade varit nära nog omöjlig utan koincidensmetoden. Kärnfysikaliska undersökningar med den enkla absorptionsmetoden eller med mera komplicerade kärnspektroskopiska metoder ha nått en hög grad av fulländning tack vare möjligheten att utsovra den strålning som skall mätas från de övriga genom mätning av koincidenser mellan två β-partiklar eller en β-partikel och ett γ-kvantum.

Studiet av elektron-positron-par medelst den s. k. parspektrometern, undersökning av laddade partiklars joniseringsförmåga, bestämning av känsligheten hos partikel- och strålningsräknare samt mätning av kortlivade isotopers halveringstider inom mikrosekundområdet me-

delst fördröjda koincidenser äro blott ytterligare några exempel på koincidensmetodens rika användningsmöjligheter inom kärnfysikalisk forskning.

Walter Bothe är född i Oranienburg 1891. Efter universitetsstudier 1908—1912 disputerade han i Berlin år 1914 på en teoretisk avhandling över ljusets brytning och reflexion. Han blev docent i Berlin 1926 och professor i Giessen 1930. Två år senare flyttade Bothe som professor till Heidelberg. Från 1934 verkade Bothe även som direktör för det fysiska institutet vid »Kaiser-Wilhelm-Institut für medizinische Forschung», det nuvarande »Max-Planck-Institut für medizinische Forschung».

En lärobok i fysik för universitetsstudier

Av professor Kai Siegbahn, Uppsala

De flesta kulturländer har för närvarande fått fram kursböcker för universitetsstadiet, som ungefär motsvarar de svenska fordringarna för två betyg i de naturvetenskapliga ämnena matematik, fysik, mekanik (matematisk fysik), kemi och som är skrivna på det egna landets språk. Vid de tekniska högskolorna här i landet läses ju icke läroböcker utan kompendier, som givetvis är avfattade på svenska och som dessutom är exakt tillrättalagda för de kursomfång som i de stora huvuddragen muntligt genomgås vid föreläsningarna. Vid universiteten är sambandet mellan givna kurser, de rekommenderade läroböckerna och de faktiska kunskapsfordringarna i tentamen mycket lösligare. För det stora flertalet studerande torde detta förhållande i själva verket vara en av de största stötestenarna vid de akademiska studiernas uppläggning och sätter utan tvivel också beklagliga spår efter sig i statistiken över studietiden.

Intresset bland svenska akademiska lärare för dessa frågors lösande har hittills varit förvånansvärt ringa. Det är bl. a. ett anmärkningsvärt faktum att någon svensk lärobok i fysik för universitetsstadiet över huvud taget icke existerar under det att för skolbruk en hel uppsjö av sådana finnes. I såväl Finland som framför allt i Danmark föreligger inhemska läroböcker i fysik som är direkt avpassade för respektive länders akademiska förhållanden.

I ett land som Holland, där den vetenskapliga standarden i stort sett ligger på samma nivå som hos oss, har en inhemsk lärobok i

fysik funnits sedan närmare tio år tillbaka. Den har redan utgått i tre upplagor och den sista (1951) har nu blivit tillgänglig även för utlandet genom en engelsk översättning 1954.[1]

Den är ur många synpunkter en mycket intressant lärobok. Redan kapitelrubrikerna visar att man i viss mån sökt komma ifrån den konventionella uppdelningen av fysik i mekanik, värme, akustik, optik, elektricitetslära och atomfysik. Motsvarande rubriker lyder: Mekanik (motsvarande ungefär 1 betyg i detta ämne), vibrationer och vågor, elektrodynamik, fysikalisk optik, atomstruktur, värmets atomistiska teori, atomistisk elektricitetslära, termodynamik, elektriska mätinstrument, optiska instrument, medicinsk fysik. Boken skiljer sig över huvud taget ganska mycket från den konventionella typen beroende på bl. a. att den är skriven av ett helt team av vetenskapsmän och icke, som är det vanliga, av en enda författare, som kanske i bästa fall har verklig erfarenhet av ett visst avsnitt av boken och i övrigt är mer eller mindre beroende av andra, äldre läroböcker i sin framställning. Det är med andra ord icke en ny, omskriven äldre lärobok som författats, utan allvarliga försök har gjorts att få ett nytt grepp på hela framställningssättet.

Utan tvivel har detta lyckats i det stora hela. Stora partier av boken utgör en verkligt stimulerande läsning och har säkerligen mycket att ge även den som bedriver högre studier i ämnet. Vissa delar, speciellt termodynamiken, har fått en proportionsvis utförlig behandling, för övrigt på ett utomordentligt sätt, som nog sträcker sig ganska långt utöver tvåbetygsstadiet. Sådana partier kan emellertid, om så erfordras, förbigås utan att sammanhanget förloras.

Vissa smärre invändningar torde kunna riktas mot avvägningen mellan bokens olika delar. Så t. ex. har optiska intrument fått sig tilldelat icke mindre än 54 sidor under det att elektriska instrument behandlas på 24 sidor, och däri ingår då även elektronik. Vidare är kärnfysiken alldeles ovanligt styvmoderligt behandlad. Detta sistnämnda förhållande gör att boken trots sina övriga synnerligen stora förtjänster icke kan användas såsom enda lärobok för två betyg utan måste kompletteras med en bok som på ett bättre sätt täcker kärnfysiken (och vissa delar av atomfysiken). Lyckligtvis finnes här att tillgå T. Bjerges nya bok »Elektron- och atomfysik» — se Elementa 37 (1954) 198 — som på ett utmärkt sätt kompletterar Kronig's lärobok. I Uppsala är avsikten att från och med höstterminen pröva denna lärobokskombination.

[1] R. Kronig, *Textbook of Physics.* In collaboration with J. De Boer, H. C. Burger, P. H. van Cittert, C. J. Gorter, A. C. S. van Heel, P. van der Leeden, G. J. Sizoo, J. K. Korringa. Pergamon Press, London 1954, Pp. 855, 70s. net.

Mersenneska primtalsjättar

Av fil. dr Josef Andersson, Vaxholm

Allt sedan 1600-talet har ett oerhört arbete nedlagts på faktorisering av talen $a^n \pm 1$, $a^n \pm b^n$, och flera av de berömdaste matematikerna ha deltagit. I Elementa ha hithörande frågor behandlats bl. a. av E. Schmidt, *12* (1928) 10 och *30* (1947) 89; Hj. Tallqvist, *23* (1940) 209 och *25* (1942) 9; A. Wahlgren *23* (1940) 212 och *30* (1947) 81. Särskilt intresse ha vissa serier av sådana tal tilldragit sig såsom Fermats tal $2^{2^n}+1$ och Mersennes tal $M_p = 2^p - 1$, p ett primtal, och alldeles särskilt har jakten efter primtalen bland dessa lockat. Här skall i främsta rummet i korthet refereras framstegen ifråga om Mersenneska primtal under sista årtiondena enligt två artiklar i »Scripta mathematica», den ena av den ryskfödde belgiern Maurice Kraitchik (1), den andra av amerikanen H. S. Uhler (2). Om dessa tals samband med s. k. fullkomliga tal $2^{p-1} \cdot M_p$ se Elementa *23* (1940) 210.

Père Marin Mersenne (1588—1648) tillhörde minimernas (de oansenligastes) orden, var verksam i Paris och är känd som förbindelselänk i kommunikationen mellan dåtidens matematici. Berömd är »Mersennes förmodan» (1644) att bland de 55 första M_p de till $p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257$ (det 55:e) hörande skulle vara primtal. Häri finnas 5 fel, ty nu (först efter mer än 300 år) vet man att 12 av de 55 äro prima nämligen de i vilka $p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127$.

År 1935 återstodo fallen $p = 157, 167, 193, 199, 227, 229$ (3). När H. Uhler grep sig an med att knäcka dessa 6 sista nötter med hjälp av vanliga räknemaskiner anade han icke, enligt egen uppgift, hur hårda de i själva verket voro. Efter ett oerhört arbete hade han 1948 (4) kommit fram till att alla de 6 M_p i fråga voro sammansatta, så att M_{127} var det 12:e och sista primtalet inom det av Mersenne utmätta området. I ett par fall bestyrktes Uhlers räkningar av resultat som D. H. Lehmer framlagt 1947 (5). Hur den definitiva bekräftelsen kom skall strax omtalas.

För att förstå svårigheten med och opålitligheten hos de kalkyler det här gäller är det nödvändigt att något sätta sig in i metoden. Denna bygger på av fransmannen E. Lucas 1876 införda s. k. Lucasföljder S_0, S_1, S_2, ..., som äro delföljder i raden av rotpotenssum-

morna hos vissa andragradsekvationer. Den viktigaste är väl $x^2-4x+1=0$, där

$$s_r=(2+\sqrt{3})^r+(2-\sqrt{3})^r$$

och Lucas-följden

$$S_0=s_1=4,\ S_1=s_2=14,\ \ldots,\ S_r=s_{2^r} \qquad \text{(L)}$$

konstruerad enligt den evidenta rekursionsformeln

$$S_0=4,\ S_{r+1}=S_r^2-2,\ r=0,1,\ldots$$

Denna följd har nu först följande egenskap:

Om $p>2$ och $n=M_p=2^p-1$ är ett primtal, så gäller modulo n

(A) $S_{p-3}\equiv\varepsilon\cdot 2^{\frac{1}{2}(p+1)}$, $\varepsilon=+1$ *eller* -1; (B) $S_{p-2}\equiv 0$; (C) $S_{p-1}\equiv -2$;
(D) $S_p\equiv S_{p+1}\equiv\ldots\equiv 2$.

Det följer enkelt ur (L) att det räcker om ettdera av (A), (B), (C) bevisas. Vi välja (C) och skriva rötterna under formen

$$\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\right)^2,\ \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

Då är modulo n

$$S_{p-1}=\frac{(\sqrt{3}+1)^{2^p}+(\sqrt{3}-1)^{2^p}}{2^{2^p-1}}\equiv\frac{3^{\frac{1}{2}(n+1)}+1}{2^{\frac{1}{2}(n-1)}}$$

ty binomialkoefficienterna i täljarens övriga termer äro delbara med n. Nämnaren i sista bråket $\equiv 1$, emedan 2 är kvadratisk rest till n av formen $8k-1$. Täljarens första term kan enligt kvadratiska reciprocitetslagen modulo n omformas till

$$3.\left(\frac{3}{n}\right)\equiv -3\left(\frac{n}{3}\right)\equiv -3,\ \text{enär}\ n^{\frac{1}{2}(3-1)}=(3-1)^p-1\equiv 1\ (3)$$

Härav följer (C). Men ett fullt effektivt kriterium erhölls först, när D. H. Lehmer 1929 visade att omvändningar till (B) och (A) gälla, m. a. o.

M_p är ett primtal, om ettdera (och därmed det andra) av villkoren (A) *och* (B) *är uppfyllt.*

Så är för $p=3$, $M_p=7: S_0=4=2^{\frac{1}{2}(3+1)}$ och $S_1=14\equiv 0$ (7) och för $p=5$, $M_p=31: S_2=194\equiv 2^{\frac{1}{2}(5+1)}$, $S_3\equiv 62\equiv 0$ (31).

Använd på samma sätt gör den till $x^2-3x+1=0$ hörande L-följden $S_0'=3$, $S_1'=7$, $S_2'=47$, ..., $S'_{r+1}=S_r'^2-2$

samma tjänster *för p av formen* $4k-1$ *men icke för* $p=4k+1$.

Så är för $p=3$, $M_p=7: S_0'=3\equiv -2^{\frac{1}{2}(3+1)}$ och $S_1'=7\equiv 0$ (7); men för $p=5$, $M_p=31$ är $S_2'=16\not\equiv \pm 2^{\frac{1}{2}(5+1)}$ (31) och dock är M_5 primtal.

Vi återvända till de numeriska räkningarna. Uhler använde följden 4, 14, 194, ... Dessa tal växa oerhört snabbt, redan S_9 har 293 siffror. Det blir därför snart nödvändigt att räkna med resterna $\bar{S}$ modulo M_p för de olika S. Denna övergång kräver många divisioner med det mångsiffriga M_p. Ett enda fel i någon siffra förstör allt det följande till följd av det rekurrenta förfaringssättet (L). Föga sannolikt är det att genom felräkning få en av de två resterna i (A) och därpå tro sig ha bevisat att M_p är primtal. Den stora fallgropen är att få en annan oriktig rest för S_{p-3} och sedan utan fog förklara M_p sammansatt. Det kräves goda nerver och en vilja av stål för att — inför så många lurande faror — korrekt genomföra de hart när tallösa räkningarna. Man förstår att det för personer, som med handmaskiner räknade på Mersennetal och liknande, innebar budskapet om slaveriets avskaffande för all framtid, när underrättelsen i början av 50-talet kom att man under ledning av R. M. Robinson skulle med elektronsiffermaskinen SWAC i Los Angeles starta ett Mersenneprogram varvid man med Lehmers metod skulle genommönstra alla M_p för $p<2309$ (mer rymmer ej jättehjärnan). Varje M_p behandlades två gånger med åtminstone en veckas mellanrum. I första ronden var man i början av juni 1952 kommen till $p=2011$ och i den andra till $p=1307$. En »behandling» tog $\approx (p/100)^3$ sek. (7).

Då hade man alltså redan kontrollerat alla tidigare kända resultat. H. Uhler hade tillfredsställelsen att få sina räkningar samtliga bekräftade. (Men alla hade ej lika lyckligt undgått fallgropen. Så vilade den i och för sig riktiga slutsatsen från 1945 att M_{167} är sammansatt (6) på otillräcklig grund.) Dessutom hade det kommit tillökning i familjen.

På kvällen den 30 januari 1952 hade SWAC-batteriet konstaterat tillvaron av 13:e och 14:e Mersenne-primtalen nämligen M_{521} och M_{607}, bjässar för sin tid, som skrivas med 157 resp. 183 siffror i det dekadiska systemet. (Siffermaskinen använder basen 16.) Det tillhörande största då kända fullkomliga talet beräknades av Uhler och innehåller 341 siffror. I anslutning till M_{607} påpekar han den praktiska omöjligheten av att här avgöra primtalsfrågan med vanliga räknemaskiner. Man hade först att beräkna det 293-siffriga S_9 och reducera detta tal till dess M_{607}-rest $\bar{S}_9$ genom många divisioner med det 183-siffriga M_{607}; sedan att beräkna $\bar{S}_9^2-2$ och reducera till resten $\bar{S}_{10}$ osv. inalles 596 eller 597 gånger. Och aldrig göra fel! Inte maskinerna heller!

Men det skulle bli mer. Den 25 juni avslöjade samma duktiga SWAC

att M_{1279} är ett primtal, det 15:e. Resultatet hade kontrollerats flera gånger. Vid full fart tog ett sådant prov 13 1/2 minut. Även för detta 386-siffriga primtal har Uhler beräknat tillhörande fullkomliga 770-siffriga tal. Det upptar 15 1/2 rad i tryck.

Nu återstodo 135 p-värden och än skulle något hända. Den 7 oktober 1952 föddes efter en timmes vånda det 16:e M-primtalet M_{2203} och redan den 9:e tillkom det 17:e, det 687-siffriga M_{2281} (7), giganten i den kända primtalsvärlden, än i dag överskuggande alla andra. De återstående tre p-värdena gåvo intet primtal, men det funna var vackert så! Härtill kom att andra typer av primtal undersöktes samtidigt bl. a. av ett »team» Miller-Wheeler med EDSAC. Inalles bragte åren 1951—52 utom de 5 ovan uppräknade åtminstone 13 nya primtal av vilka de minsta ha 41 siffror. En rekordskörd den gången.

Jämsides med sökandet efter primtal inom bestämda talklasser går den för primtalsteorien viktiga inventeringen av primtalen million för million. En år 1946 tillsatt kommitté (Mathesis, 1950 — 176) kunde efter kollationering av flera på olika håll uppgjorda tabeller 1951 utgiva en Liste des nombres premiers du onzième million (»très probablement exempte d'erreurs»), vilken innehåller 61 938 primtal (Mathesis, 1952 — 101). Och det var meningen att fortsätta med nya millioner.

Till sist. Av ovanstående får man säkert intrycket att detta slags talteori kräver ett ändlöst räknande, som gör maskinella hjälpmedel oumbärliga — tills de bli otillräckliga även de. Men det finnes undantag från denna regel, då en fyndig idé kan åstadkomma mer än mängder av rutinarbete kunna. Fransmannen Landry, som ägnade sitt liv åt de i inledningen nämnda faktoruppdelningarna, publicerade 1869 en upplösning av $2^{58}+1$ i tre faktorer av vilka en är 5, de andra 9-siffriga. »Intet av de många tal av formerna $2^n \pm 1$, som jag faktoriserat har vållat mig så många bekymmer och så mycken möda som $2^{58}+1$. Om mitt resultat skulle gå förlorat, kommer jag icke att kunna uppbringa tillförsikt och uthållighet nog för att börja om, och det är möjligt att många år skulle förgå innan någon annan upptäckte dessa faktorer på nytt», tillade han. Ej fullt tio år senare gjorde Aurifeuille ett påpekande som av Lucas fått en något allmännare form, vilken gör det begripligt för varje skolpojke, som kan omforma $(a+b)^2$ och a^2-b^2, nämligen:

$$2^{4n+2}+1=(2^{2n+1}+1)^2-(2^{n+1})^2=(2^{2n+1}-2^{n+1}+1)\cdot(2^{2n+1}+2^{n+1}+1),$$

och speciellt

$$2^{58}+1=(2^{29}-2^{15}+1)\cdot(2^{29}+2^{15}+1)=536903681\cdot 107367629\cdot 5!$$

Ovanstående orienterande referat var redan skrivet, när i Nordisk matematisk tidskrift II (1954) 157 publicerades en intressant uppsats över samma ämne av Thøger Bang, som bygger på rikare material och lämnar självständiga bidrag.

Helt nyligen har i Stockholm gjorts en betydelsefull insats på detta område. Fil. lic. Hans Riesel har nämligen med hjälp av den svenska maskinen BESK lagt en imponerande rad nya primtal till de redan kända, varför han redogör på sid. 91 i detta häfte.

Bifogade litteraturförteckning har uppgjorts av lic. Riesel, som även kontrollerat och på värdefullt sätt kompletterat en del uppgifter. Referenten tackar honom varmt för denna hans vänlighet.

Litteratur

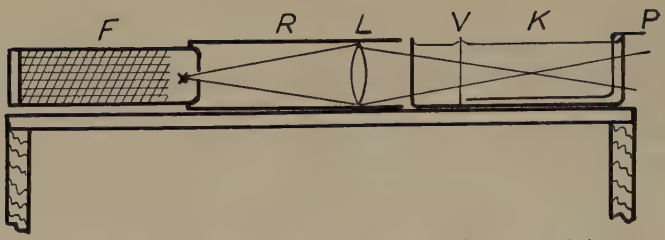
(1) M. Kraitchik, Scripta Mathematica, XVIII (1952) 39.
(2) H. S. Uhler, Scripta Mathematica, XVIII (1952) 122.
(3) R. S. Archibald, Scripta Mathematica, III (1935) 116.
(4) H. S. Uhler, Proceed. of the National Acad. of Sciences, 34 (1948) 102.
(5) D. H. Lehmer, Bull. of the Amer. Math. Soc., 53 (1947) 167.
(6) Ch. B. Barker, Bull. of the Amer. Math. Soc., 51 (1945) 389.
(7) R. M. Robinson, Proceed. of the Amer. Math. Soc., 5 (1954) 842.

Tyndalleffekten

av lektor G. Starck, Stockholm

I Elementa 37 (1954) 257 beskrevs ett sätt att d e m o n s t r e r a Tyndalleffekten. Genom att använda en ficklampa som ljuskälla och minska anordningens dimensioner kan man göra en billig apparat, som kan användas vid l a b o r a t i o n e r.

I figuren är F en på flatsidan liggande ficklampa, vars lins avlägsnats och ersatts av ett metallbleck med ett centralt hål av glödlampans storlek. F är inskjuten i och fjädrande fasthållen av ett aluminiumrör R (10 cm, 50 mm i diam.), som för ändamålet försetts med en urfräsning. En lins L är placerad 2 cm från rörets fria ända. Linsen är en dubbel lupp med 4 cm brännvidd och den dyraste delen av apparaten. K är en kuvett (längd 110 mm, bredd 22 mm, djup 50 mm). En mellanvägg V av 1 mm plexiglas, placerad 20 mm från ena kortsidan, delar kuvetten i två vattentäta skott. Det mindre rummet innehåller alltid destillerat vatten, det andra skall upptaga den kolloida lösningen. Avsikten är att åstadkomma en kontrastverkan, som gör svaga tyndallkäglor tydligare. I det större rummet ligger en vinkelböjd remsa av plexiglas (P), som gör tjänst som omrörare. Det hela är monterat på en träribba $^1/_2'' \times 2''$ ungefär 35 cm lång. I figuren antydas två gavlar, 20 cm höga, som lyfta upp kyvetten till ögonhöjd för en sittande laborant.



Ficklampa (F), aluminiumrör (R), lins (L), kuvett (K), mellanvägg (V), omrörare (P).

Med denna anordning kan man undersöka tyndalleffekten i de vanliga kolloida lösningarna, guld, silver, arseniksulfid, svavel, svårlösliga silversalter, kiselsyra, stärkelse, proteinämnen, färgämnen m. m. Av ett visst intresse är att pröva dextran, i handeln som 6-procentig lösning under namnet »Makrodex», en absolut vattenklar lösning, men tydligt viskös och som ger tyndalleffekt i koncentrationen 0,25 %.

I vissa fall är det möjligt och lämpligt att framställa lösningen i kuvetten genom att först fylla den med destillerat vatten och sedan droppvis tillsätta de lösningar som framkalla det avsedda ämnet, t. ex. guldklorid+garvsyra, eller silvernitrat+kaliumklorid. Man kan också studera effekten av elektrolyttillsatser, lösningsmedel osv.

Utanför ramen av lärjungeförsök har jag använt apparaten för att approximativt bestämma lösligheten av ett par svårlösliga silversalter, klorid, hydroxid och kromat, och att verifiera satsen om »lika-jon-effekten». Till 50 ml dest. vatten i kuvettens större rum sattes droppvis en droppe i taget av vardera lösningen ($AgNO_3$, KCl, NaOH, K_2CrO_4, alla mycket utspädda av storleksordningen 10^{-2}) tills en svag men omisskännlig tyndalleffekt erhållits. Av dropparnas kända volym, lösningarnas koncentrationer och slutliga utspädning ytterligare 50 gånger kunde jonprodukten då effekten visade sig, beräknas. I ett fall framträdde ett svagt men tydligt ljusband efter tillsats av 3 droppar 0,01 C $AgNO_3$ och 3 droppar 0,01 C KCl (varje droppes volym 0,0235 ml), vilket ger en jonprodukt $= 1{,}99 \cdot 10^{-10}$ (i st. f. $1{,}56 \cdot 10^{-10}$ vid 25°). I ett annat försök tillsattes endast 1 droppe KCl; effekten framträdde då först efter tillsats av 5 droppar $AgNO_3$, som ger en jonprodukt $= 1{,}1 \cdot 10^{-10}$ och samtidigt visar effekten av lika jontillsats. Approximativ överensstämmelse med tabellverkens värden erhölls även för de övriga salterna.

Två rör, som lämna lika stora droppar, erhåller man genom att mjuka upp och draga ut ett glasrör på en längd av några cm, skära av röret på det smalaste stället och använda de båda spetsarna utan rundsmältning.

NYTT **universalinstrument med många strömmätningsområden även för växelström**

811 kostar endast **245** kr.

Philips nya universalinstrument 811 med **20 000 ohm/volt** vid likspänningsmätningar har många fördelar. Det stabila vridspoleinstrumentet med Philips Ticonalmagnet och Philips germaniumdiod för växelströmsmätningar ger en stabilitet och säkerhet på instrumentet, som är mindre vanlig. De många spänningsområdena och strömmätningsområdena, även för växelström, gör att varje elektrotekniker bör ha detta instrument, antingen han sysslar med starkström eller svagström. De inbyggda batterierna för motståndsmätning med tydlig avläsning upp till 10 MΩ är av normala typer och lätt utbytbara. Instrumentet levereras med två mätsladdar.

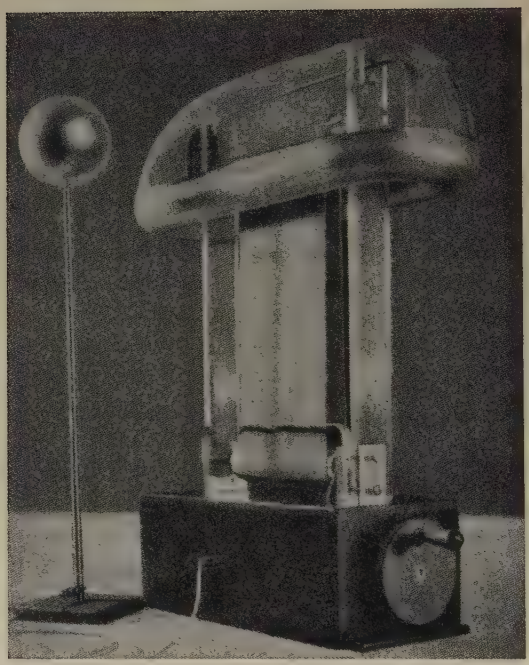
Lik -ström -spänn.		Växel -ström -spänn.		Motstånd
120 µA	3 V	600 µA	3 V	0 — 10000 Ω
600 µA	12 V	6 mA	12 V	0 — 100000 Ω
6 mA	60 V	60 mA	60 V	0 — 10 MΩ
60 mA	300 V	600 mA	300 V	
600 mA	1200 V	3 A	1200 V	
3 A				

Instrumentet har en kraftig kåpa av Philite samt två överskådligt ordnade omkopplare: den ena för omkoppling av likström, likspänning, växelström eller växelspänning. Den andra för inställning av önskat mätområde. Instrumentet har knivvisare och lång, tydlig skala. 811 gör verkligen skäl för namnet universalinstrument och är ett ovärderligt hjälpmedel i det dagliga arbetet.

PHILIPS

Mätinstrumentavdelningen Stockholm 6. Tel. 34 05 80, för rikssamtal 34 06 80

Bandgenerator



Pris: kr 140:—

P. A. NORSTEDT & SÖNER

SKOLAVDELNINGEN BOX 898 STOCKHOLM 1

En vätskelins med variabel brännvidd

Av fil. lic. Stig Avellén, Lund

För att öka möjligheterna vid demonstrationer med optisk skiva har en vätskelins med variabel brännvidd konstruerats.

Fig. 1

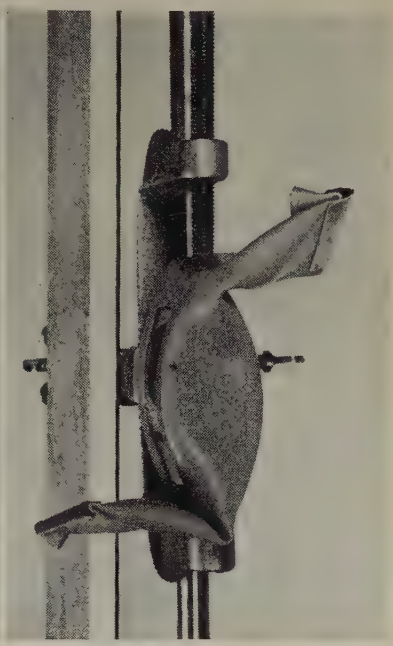


Fig. 2

Av fig. 1 framgår hur i en bit cykelslang två mitt emot varandra belägna fönster åstadkommits genom att plastskivor (ung. 1 mm tjocka) klistrats (Clifflim) över två rektangulära öppningar i slangen. Plastskivorna klämmes fast i en skruvtving (fig. 2). Skivornas krökning ökas, då tvingen skruvas ihop och omvänt. Den nedersta delen av slangen dubbelvikes medelst en klämmare, vätska påfylles, varefter även den översta delen vikes på samma sätt. De extra utrymmena, som syns i fig. 2, behövs, enär linsens volym varierar betydligt.

Linsen är ungefär 10 cm hög.

Skivan är en hård träfiberplatta, som sprutats med vit mattlack och slipats med sandpapper. Ett hål måste sågas ut i densamma för tvingen,

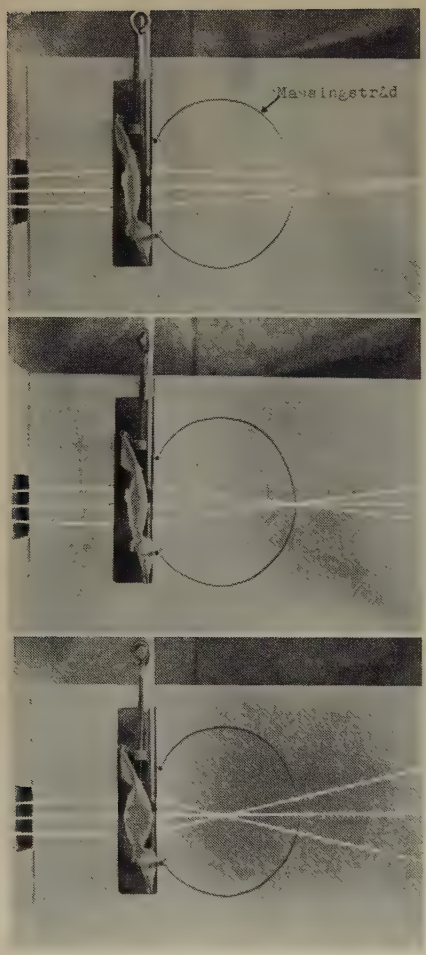


Fig. 3. Bildknippets konvergenspunkt närmar sig linsen då tvingen skruvas ihop (föremålsknippet är oförändrat).

som hålles med en vanlig laboratorieklämmare på baksidan av skärmen.

Med linsen kan man visa brännviddens beroende av linsytornas krökning och linsmaterialets (vätskans) brytningsindex, men även, vilket kanske är av störst intresse i undervisningen, ögats ackommodation.

I fig. 3 symboliserar mässingstråden näthinnan. Ändras dess form, erhålles modeller av översynt eller närsynt öga. Genom att spänna tvingen, »ciliarmuskeln», olika kan strålar från föremålet (här en kolbåge) bringas att löpa samman i en punkt på »näthinnan», även när föremålets läge ändras. I fig. 3 visas hur vid oförändrat läge av föremålet bildknippets konvergenspunkt kan ändras. Då krökningen ej kan överskrida en viss gräns, får man på ett naturligt sätt fram »ögats» närpunkt. Dess fjärrpunkt kan även ledes demonstreras.

Korrektionslinser kan givetvis anbringas framför »ögonlinsen». De till denna modell använda linserna har tillverkats av plast på så sätt, att två ungefär 9 mm tjocka plastbitar värmts och böjts över ett hjul med lämplig radie, varefter endera sidan har planslipats. Härigenom erhölls en plankonvex och en plankonkav lins.

Några primtal av formen $h \cdot 2^e - 1$

Av fil. lic. Hans Riesel, Stockholm

Det bekanta Lucas' kriterium för Mersennes primtal (se detta häfte, s. 83) kan generaliseras till att gälla för tal av formen $N = h \cdot 2^e - 1$. Om N och (det udda talet) h ej äro delbara med 3, samt $2^e > h/6$, gäller följande sats (se Arkiv för matematik, band 3):

Ett nödvändigt och tillräckligt villkor att N skall vara primtal, är att $u_{e-1} \equiv 0 \pmod{N}$, om talföljden u_i definieras genom rekursionsformeln $u_i = u_{i-1}^2 - 2$, med

$$u_1 = (2+\sqrt{3})^h + (2-\sqrt{3})^h.$$

Med hjälp av denna sats och matematikmaskinen BESK har förf. undersökt talen av den angivna formen för alla $h \leq 55$ och alla $e \leq 150$. För $h = 5$, 7 och 11 ha alla värden på $e \leq 250$ undersökts.

Räkningarna på BESK organiserades på följande sätt. Först beräknade och tryckte maskinen begynnelsevärdena

$$u_1 = (2+\sqrt{3})^h + (2-\sqrt{3})^h = v_h$$

för $h \leq 245$ med hjälp av den lineära rekursionsformeln

$$v_{h+1} = 4v_h - v_{h-1}.$$

Bevis:

$$4v_h - v_{h-1} = [(2+\sqrt{3}) + (2-\sqrt{3})]\,[(2+\sqrt{3})^h + (2-\sqrt{3})^h] - (2+\sqrt{3})^{h-1} -$$

$$-(2-\sqrt{3})^{h-1} = (2+\sqrt{3})^{h+1} + (2-\sqrt{3})^{h+1} = v_{h+1}.$$

Som kontroll på dessa räkningar beräknades sedan »för hand» $v_{223}^2 - 2 \pmod{1783}$ och fanns vara $\equiv 0$, vilket är i överensstämmelse med satsen, då $1783 = 223 \cdot 2^3 - 1$ är ett primtal. (Här är visserligen inte olikheten $2^e > h/6$ uppfylld, men detta påverkar ej *nödvändigheten* av villkoret $u_{e-1} \equiv 0 \pmod{N}$.)

När begynnelsevärdena beräknats, fick BESK undersöka talen i en serie $h \cdot 2^e - 1$ med fixt h-värde. Begynnelsevärdet v_h och ett lämpligt valt värde på e (så att inte N blev delbart med 3) matades in, och BESK beräknade och tryckte $u_{e-1} \pmod{N}$ i en form, där man direkt kunde se, om resten var $\equiv 0$ eller inte. När BESK var färdig med detta, ersatte den e med $e+2$ (inte $e+1$, ty då blir det nya talet N delbart med 3), och gjorde en beräkning av den nya resten. På så sätt erhölls en lista över resterna $u_{e-1} \pmod{N}$ för talen tillhörande serien $h \cdot 2^e - 1$. För att spara tid, undersökte BESK också, om N

var delbart med något av primtalen 5, 7, 11, 13, 17, 19 eller 23. Endast om detta inte var fallet, beräknades $u_{e-1} \pmod N$.

För det största av de funna primtalen, $5 \cdot 2^{248}-1$, var räknetiden på BESK 40 sek.

BESK fick också som kontroll på programmet undersöka de kända Mersenneska talen t. o. m. $2^{607}-1$, och visade, att dessa voro primtal. Resultatet blev, att talen N äro primtal för följande värden på h och e och sammansatta för de återstående e-värdena i det genomprövade området:

h	$e \leq 250$
5	2, 4, 8, 10, 12, 14, 18, 32, 48, 54, 72, 148, 184, 248
7	1, 5, 9, 17, 21, 29, 45, 177
11	2, 26, 50, 54, 126, 134, 246

h	$e \leq 150$
13	3, 7, 23
17	2, 4, 6, 16, 20, 36, 54, 60, 96, 124, 150
19	1, 3, 5, 21, 41, 49, 89, 133, 141
23	4, 6, 12, 46, 72
25	3, 9, 11, 17, 23, 35, 39, 75, 105, 107
29	4, 16, 76, 148
31	1, 5, 7, 11, 13, 23, 33, 35, 37, 47, 115
35	2, 6, 10, 20, 44, 114, 146
37	1
41	2, 10, 14, 18, 50, 114, 122
43	7, 31, 67
47	4, 14, 70, 78
49	1, 5, 7, 9, 13, 15, 29, 33, 39, 55, 81, 95
53	6, 8, 42, 50, 62
55	1, 3, 5, 7, 15, 33, 41, 57, 69, 75, 77, 131, 133

Spontane termiske fluktuasjoner som grense for måleinstrumenters nøyaktighet

Av sivilingeniør Andreas Kelen, Fysisk Institutt, Universitetet i Oslo

Utviklingen av den elektriske måleteknikken førte i første fjerdedel av vårt århundre til instrumenter med stor nøyaktighet for måling av små strømmer og spenninger. Spesielt kan nevnes Paschens nålegalvanometer (1917) og Molls og Burgers termorelé (1925). Ved målinger med disse instrumenter viste det seg at utslaget var preget av en viss uro. Dette tilskrev man nullpunktvariasjoner som følge av rystelser i underlaget som instrumentet står på, eller luftstrømninger på grunn av temperaturdifferenser. I 1926 påviste imidlertid Ising at også et helt stillestående galvanometer i et rom uten luftstrømninger må oppvise nullpunktfluktuasjoner. Grunnen til dette er spontane termiske fluktuasjoner som alltid er til stede hvor det finnes materieansamlinger med en temperatur over det absolutte nullpunkt, vanligvis kalt Brownske fluktuasjoner (R. Brown, 1820).

Den formen for spontane termiske fluktuasjoner som er mest alminnelig kjent, og som mange av leserne vil ha sett med egne øyne, er den Brownske bevegelsen: hvis man iakttar meget små partikler i væskesuspensjon under mikroskopet med meget sterk forstørrelse — partiklene bør helst være så små at mikroskopet ikke er i stand til å avbilde deres form men bare viser bøyningsskiver — så ser man partiklene utføre uregelmessige, skjelvende bevegelser. Disse bevegelser skyldes, som vi vet, støt fra omgivende molekyler. Ikke hvert støt bevirker en merkbar retnings- eller hastighetsendring hos partikkelen: kollisjonene er så hyppige at deres virkninger over en så lang periode som tiden for en observasjon, vil jevne seg ut. Det vi ser er således ikke virkningen av de *enkelte* støt, men virkningen av *fluktuasjoner i fordelingen av mange* støt. Det kan være tetthetsvariasjoner — antallet molekyler i en kubikkmillimeter på et sted av væsken i et gitt tidspunkt er litt forskjellig fra det samtidige molekyltallet i en kubikkmillimeter på et annet sted. Eller vi iakttar et og samme volumelement, og finner da at molekyltallet ikke er det samme til forskjellige tidspunkter, det forandrer seg, *fluktuerer*.

Består væsken av forskjellige molekylsorter, så vil det finnes konsentrasjonsfluktuasjoner. Ser man på summen av partiklenes hastig-

heter eller impulser i et volumelement, så finner man impulsfluktuasjoner. Også energien i et volumelement fluktuerer. Kort sagt — alt som vedrører partiklenes fordeling og dens forandring med tiden er gjenstand for spontane termiske fluktuasjoner.

En lov som beskriver fluktuasjonenes fordeling i et system som består av et meget stort antall partikler, er gitt av Einstein i likhet med andre fundamentale relasjoner i fysikken (1906). Ved hjelp av denne loven beregnet han den midlere veilengde som Brownske partikler tilbakelegger i et viskøst medium.

Vi kan gjøre oss et tankebilde av en Brownsk partikkel med bare *en* frihetsgrad, dvs. med bevegelsesmulighet i bare *en* retning. Vi tenker oss en lekeplass som er full av løpende og springende barn. Et sted midt på plassen står en nokså stor vogn. Barna støter mot hverandre og mot vognen rett som det er. Vognen vil da utføre en sitrende bevegelse og flytte seg etter hvert. Gjennom støtene vil den oppta impuls og energi av samme gjennomsnittlige beløp som den midlere energi og impuls pr. lekende barn.

Den statistiske fysikken forteller oss at den Brownske partikkel får en midlere energi $\varepsilon = \frac{1}{2} k\theta$ for hver av sine frihetsgrader ved temperaturen $\theta°$ K, og at fluktuasjonsenergien iflg. ekvipartisjonsprinsippet *bare* bestemmes av antallet frihetsgrader og den absolutte temperatur, og ikke noe annet.

Ut fra dette teoretiske grunnlag beregnet Ising fluktuasjonene av et galvanometerspeil. Et galvanometersystem er bundet til en likevektsstilling, det er derfor ingen Brownsk partikkel i samme forstand som de vi nettopp har diskutert. Men også her kan det samme tankebildet brukes. Vi behøver bare å spenne fast vognen mellom to motsatte spiralfjærer. Vognen vil fremdeles utføre en skjelvende bevegelse p. g. a. støtene fra de lekende barna, men med en noe annen karakter enn i det første tilfellet: den vil utføre svingninger omkring en likevektsstilling. Systemets midlere potensielle energi $\frac{1}{2} D\overline{x^2}$ er lik den midlere kinetiske energi $\frac{1}{2} m\overline{\dot{x}^2}$, og begge er lik $\varepsilon = \frac{1}{2} k\theta$ (D er systemets stivhet, m dets treghet). Av dette finnes systemets midlere fluktuasjon i x eller $\dot{x}$.

Nøyaktig det samme er tilfellet med galvanometerspeilet. Nå er imidlertid et vinkelutslag φ av galvanometeret ekvivalent med en strøm i gjennom galvanometerspolen, eller med en spenning e over galvanometerklemmene. Av praktiske grunner betrakter man galvanometerets ekvivalente strøm- eller spenningsfluktuasjon. Deres størrelse er:

$$\overline{i^2} = \pi k\theta \frac{1}{R} \frac{1}{T_0} \cdot \frac{1}{n_2} \qquad \overline{e^2} = \pi k\theta \frac{R}{T_0} \cdot \frac{1}{n_2}$$

Spontane termiske fluktuasjoner

Ved romtemperatur gjelder ($\tilde{\imath}$ og $\tilde{e}$ er effektivverdier):

$$\tilde{\imath} \equiv \overline{i^2}^{\frac{1}{2}} = \frac{1{,}12 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{R T_0 n_2}} \text{ ampere} \qquad \tilde{e} \equiv \overline{e^2}^{\frac{1}{2}} = 1{,}12 \cdot 10^{-10} \sqrt{\frac{R}{T_0 n_2}} \text{ volt}$$

Dette er Isings formler for galvanometerets termiske fluktuasjoner. R er motstanden i galvanometerkretsen, T_0 er galvanometerets svingeperiode ved åpen krets, k er Boltzmanns konstant ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K°), θ er den absolutte temperaturen, og n_2 er den relative elektromagnetiske dempningen lik relativ totaldempning n minus relativ dempning ved åpen krets n_1. For kritisk dempning gjelder $n = 1$, $n_2 \approx 1$.

Ising var i stand til å vise, at i det minste en vesentlig del av den nullpunkturoen som Moll og Burgers hadde berettet om, skyldtes spontane termiske fluktuasjoner av galvanometersystemet. Han påpekte derfor det nytteløse i å tilstrebe en ytterligere økning av måleføl somheten. En naturlig grense for målenøyaktigheten var nådd for strømmålingens vedkommende.

Formlene ovenfor forteller at det midlere fluktuasjonskvadratet er proporsjonalt med systemets absolutte temperatur. Dette forhold er bedre enn noe annet egnet til å forebygge en forveksling mellom de fenomener som beskjeftiger oss her, og den kvantemekaniske usikkerhetsrelasjon. Denne som er uavhengig av temperaturen, danner også en begrensning for målenøyaktigheten, men av et helt annet slag.

Et forhold som er verdt å merke seg, er at svingetiden T_0 står i nevneren i uttrykkene for både strømmens og spenningens fluktuasjonskvadrat. Jo langsommere instrumentet er, desto sterkere utjevnende virker det på de fluktuasjoner som framkaller nullpunktsuroen, og desto mindre uro vil det vise selv. Liknende forhold gjelder ethvert system som er utsatt for fluktuasjoner: jo større tidskonstant systemet har, jo mindre vil dets fluktuasjoner være.

Hvor store naturlige fluktuasjoner har så et galvanometer?

Zernicke oppgir disse verdier y for spontane termiske fluktuasjoner av galvanometerutslaget med en lysviser på 1 m:

	y	d_{max}
Vanlig galvanometer	0,4 μ	180 m
Meget følsomt galvanometer	7 μ	10 m
Meget følsomt nålegalvanometer	0,2 mm	35 cm

d_{max} er den høyeste tillatte lengden på lysviseren når man forlanger, at fluktuasjonen ikke skal beløpe seg til mer enn 0,07 mm på skalaen, dvs. ca. $\frac{1}{3}$ av skalastrekenes tykkelse.

Fluktuasjonenes fordeling følger en Gauss-kurve. Hvis den midlere fluktuasjonen er y, og et måleresultat y', så er sannsynligheten $w(y')$ for at et målt y' ikke skyldes en systematisk årsak men spontane fluktuasjoner:

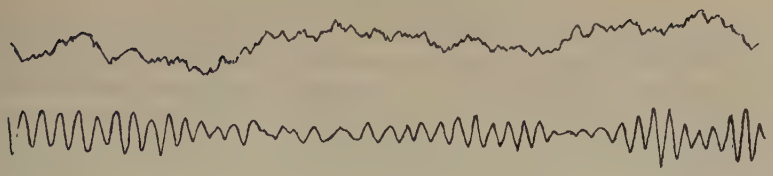
$\lvert y' \rvert$	$w(y')$
y	0,317
$2y$	0,045
$3y$	0,003
$4y$	0,000 06

Allerede med et måleresultat som er ca. 2,5 ganger den midlere fluktuasjon, har man således minst 99 % sikkerhet for å ha målt noe reelt, og ikke å være villedt av spontane fluktuasjoner. På den andre siden: trenger man å øke målenøyaktigheten til det ytterste, slik at måleresultatet blir liggende under fluktuasjonsnivået y, så har man bare *en* ting å gjøre hvis man vil være sikker i sin sak — å måle mange, mange ganger og beregne middelverdien av alle resultatene. Men dette er i prinsippet det samme som å foreta en meget langvarig måling med fortløpende registrering av resultatet, og etterfølgende utjevning. Og det er igjen ekvivalent med den metoden for nedsettelse av måleresultatets fluktuasjon som er diskutert i forbindelse med Isings formler: man tar et instrument med større tidskonstant.

Enhver metode for å forbedre målenøyaktigheten når den naturlige fluktuasjonsgrensen er nådd — uansett hvilken størrelse man måler og hvor sinnrik metoden kan se ut — går ut på dette ene: å øke måleprosessens varighet.

Man kan spørre: går det ikke an å fjerne årsakene til galvanometerfluktuasjonene ved å sette instrumentet inn i en tett beholder og evakuere den? Når galvanometersystemet ikke er utsatt for støt fra luftens molekyler, bør det jo stå stille. Vår lekeplass vil illustrere forholdet: det kommer en sint mann og jager bort alle barna, bare vognen står igjen. Men vognen er også full av barn! De sitter så tett pakket at de ikke kan løpe omkring. Men den gjennomsnittlige energien pr. barn er den samme som ellers, og de dytter og puffer mot hverandre som best de kan. Vognen vil derfor fremdeles være i stadig bevegelse, og det kvadratiske middeltall for vognens avstand fra likevektsstillingen vil være nøyaktig det samme som før barna ble jaget bort fra lekeplassen. Med andre ord, energifluktuasjoner finnes ikke bare i gass- og væskefase, men også i fast materie, og den midlere fluktuasjonsenergien for systemet og alle dets deler — ned til atomene — er den samme som før: $\frac{1}{2}k\theta$ for hver frihetsgrad.

Men selv om den midlere fluktuasjon av galvanometersystemet ikke påvirkes av lufttrykket, så vil *forløpet* av speilets svingninger bli et



Registrering av Brownsk bevegelse av en torsjonsvekt i hermetisk beholder. Samme tidsskala for begge kurver. Øverst: atmosfæretrykk. Nederst: 10^{-4} mm Hg. — Fra Kappler, Die Naturwissenschaften 27 (1939), 654.

annet enn før. Denne siden av saken studerer vi best på et enklere system, nemlig et meget lite speil som er limt fast på en uhyre tynn kvartstråd — et torsjonspendel. Slike systemer er gjort til gjenstand for meget inngående eksperimentelle undersøkelser av Kappler. Alle målinger viser, i samsvar med teorien, at det midlere fluktuasjonskvadratet er uforandret så lenge systemet ikke endrer sin temperatur, og at fluktuasjonenes størrelse følger en Gauss-fordeling. Videre viser det seg at torsjonspendelet ikke svinger på samme måte ved alle trykk. Figuren viser to registrerkurver — den ene ved 760 mm Hg, den andre ved 10^{-4} mm Hg. Den første kurven er helt uregelmessig, den andre er en harmonisk svingning med konstant frekvens, men med sprangvise endringer av amplitude og fase. Hvordan skal vi forstå dette?

Lekeplassen kan igjen hjelpe oss et stykke på vei: Ved atmosfæretrykk er det svært mange barn på plassen. Når en fluktuasjon har dyttet vognen i gang, vil dens bevegelse øyeblikkelig bremses gjennom sammenstøt med barna som befinner seg like foran den. Tilstanden i ethvert tidspunkt vil utjevnes meget fort, korrelasjonen mellom bevegelsestilstandene i begynnelsen og slutten av et tidsintervall avtar meget hurtig hvis intervallet økes. La oss så »pumpe ut» barna. Bare noen få er igjen på plassen nå. Kollisjoner mellom barna innbyrdes og med vognen er blitt sjeldne. Når vognen er brakt ut av likevekt, må den pendle omkring hvilestillingen. Ved neste sammenstøt forstyrres svingningsforløpet og må innstille seg på en ny måte. Det er stor korrelasjon mellom bevegelsestilstanden i et gitt øyeblikk og en kort tid senere.

Vi har nettopp streifet det forhold som ligger til grunn for en overmåte interessant egenskap ved spontane termiske fluktuasjoner: at det midlere fluktuasjonskvadratet bare avhenger av temperaturen og egenskapene til det systemet hvis fluktuasjoner man undersøker, men ikke av årsakene som frambringer systemets fluktuasjoner. I samme grad som årsakene til systemets fluktuasjoner blir flere, økes

nemlig også systemets dempning. Sammenhengen mellom økende og reduserende faktorer er slik at de eksakt oppveier hverandre. Et galvanometer oppviser altså den samme midlere fluktuasjon av vinkelutslaget som et torsjonspendel med samme stivhet og treghetsmoment ved samme temperatur. Torsjonspendelet er utsatt for støt fra molekyler i det omgivende mediet, og for atomvibrasjoner i selve svingesystemet og dets opphengning. Galvanometeret er utsatt for de samme påvirkninger, og dessuten for konsentrasjons- og hastighetsvariasjoner blandt elektronene i den elektriske kretsen, og for små uregelmessige sprang i magnetfeltets feltstyrke p. g. a. atomvibrasjoner i magneten.

På dette punktet er det ofte uklarhet, den går til og med igjen i litteraturen. Det skal derfor presiseres enda en gang: når et fysikalsk system har størrelser som fluktuerer, så er den midlere fluktuasjonsenergi $\varepsilon = \frac{1}{2}k\theta$ for hver frihetsgrad systemet har, helt uavhengig av fluktuasjonenes ytre årsaker. Den midlere fluktuasjon er en funksjon av ε, og det funksjonelle samband formidles av systemets egenskaper (stivhet, treghet).

Spesielt når det gjelder galvanometre er det i den senere tid blitt reist tvil mot Isings formler. Resonnementet var dette: hvis nullpunkturoen skyldes både elektriske og mekaniske fluktuasjoner, må $\tilde{\imath}$ og $\tilde{e}$ i Isings formler multipliseres med en faktor $2^{\frac{1}{2}}$. En ingående teoretisk og eksperimentell undersøkelse av Jones og Mc Combie (1951) avgjorde imidlertid diskusjonen til fordel for Ising. Fluktuasjonene i et system ble målt og likeledes beregnet ved hjelp av Isings formler. Forholdet mellom resultatene var $1{,}000 \pm 0{,}011$.

Vi skal til slutt se litt på størrelsesordenen av spontane termiske fluktuasjoner hos enkelte fysikalske systemer.

Formlene for fluktuasjonene til et *galvanometer* er gitt før. Det er verdt å merke seg at minsket dempning øker fluktuasjonene av i og e. Dette er grunnen til at nålegalvanometre har et særdeles høyt fluktuasjonsnivå, de har nemlig bare luftdempning.

Et typisk følsomt galvanometer for spenningsmålinger vil vise spenningsfluktuasjoner av størrelsesorden $\tilde{e} = 10^{-10} \ldots 10^{-9}$ volt. Et strømfølsomt galvanometer vil vise fluktuasjoner $\tilde{\imath} = 10^{-13} \ldots 10^{-12}$ ampere. Disse tallene gjelder romtemperatur. Avkjøles en del av målekretsen, så vil det foregå en middelverdidannelse mellom fluktuasjonene i kretsens varme og kalde deler.

Som vi har sett finner det i en elektrisk leder sted tetthets- og hastighetsfluktuasjoner av ladningsbærerne. En metode til å undersøke dem på som utviklingen i den moderne signalteknikken har ført med seg, er å studere fluktuasjonenes spektrum, dvs. deres intensitet i avhengighet av frekvensen. Spontane termiske fluktuasjoner har den

egenskap at det faller like store porsjoner fluktuasjonsenergi på like store frekvensintervaller. Fluktuasjonsenergiens kontinuerlige spektrum danner et støynivå (på svensk: brus). Av støyenergien kan man beregne støyspenningen

$$\tilde{e}=\sqrt{4\,k\,\theta\,R\,\Delta f}$$

som utvikles i en ohmsk motstand R for frekvensintervallet Δf (Johnson-Nyquist-støy). Systemets tidskonstant inngår i formelen gjennom Δf: et smalt frekvensbånd representeres ved et lengre bølgetog enn et bredt intervall.

Støyspenningens effektivverdi i en motstand på 1000 ohm ved romtemperatur er $\tilde{e}=0{,}13$ mikrovolt for et frekvensintervall med bredde 1000 p/s.

Johnson-Nyquist-støyen i en motstand kan høres som en brusende lyd i en høyttaler etter den nødvendige forsterkning. Det er imidlertid ikke lett å demonstrere den i »rendyrket» form. Elektriske apparater, og spesielt forsterkere, inneholder også en rekke andre støykilder av mindre universell art: fluktuasjoner av elektroneemisjonen i forsterkerrør, fordelingsstøy i rør med mer enn ett gitter, støy i kullmotstander og halvlederkomponenter m. m. Alle disse støykilder kan til en viss grad elimineres i de kritiske delene av apparatur med høyeste følsomhet uten avgjørende endringer av dets egenskaper. Johnson-Nyquist-støyen derimot kan bare reduseres gjennom å minske båndbredde eller impedans for de kritiske strømkretser, eller gjennom avkjøling.

En *analysevekt* utfører pendlinger omkring likevektsstillingen på grunn av spontane termiske fluktuasjoner. Disse pendlingene simulerer spontane massefluktuasjoner av størrelsen:

$$\tilde{m}=\frac{4\pi}{T_0 g}\sqrt{\tfrac{1}{2}k\,\Theta\,m}$$

Med $m=1$ kg, $T_0=10$ s og $g=9{,}81$ ms^{-2} blir $\tilde{m}=5{,}7\cdot 10^{-12}$ kg ved romtemperatur. Her er det altså langt igjen før fluktuasjonsgrensen blir nådd i praksis.

Et interessant eksempel på teoriens anvendelighet er *temperaturfluktuasjoner* mellom to legemer eller deler av samme legeme, hvis systemet tenkes isolert (konstant energiinnhold). Systemets deler skal være forbundet ved en varmeleder uten varmekapasitet. En positiv energifluktuasjon (oppvarming) i den ene delen av systemet inntreffer p. g. a. totalenergiens konstans samtidig med en negativ fluktuasjon (avkjøling) i den andre delen. Tenker vi oss et system bestående av 2 aluminiumklosser på 10 gram hver som står i ledende forbindelse med hverandre, så vil den midlere temperaturfluktuasjon mellom

klossene ved romtemperatur beløpe seg til $5 \cdot 10^{-10}$ grad. Også denne størrelse er uten praktisk betydning.

Følsomheten av våre sanseorganer — særlig syn og hørsel — har vært studert i lang tid og av mange forskere. Denne følsomheten er overordentlig stor, selv i sammenlikning med meget gode måleinstrumenter. Det kreves en forfinet eksperimentteknikk for å kunne bestemme følsomhetsterskelen til et sanseorgan med tilfredsstillende nøyaktighet og reproduserbarhet. Resultatene av nyere undersøkelser i denne retning — spesielt hva syn og hørsel angår — tyder på at følsomhetsterskelen ligger nokså tett over den grensen som dannes av de spontane termiske fluktuasjoner. Dette kan oppfattes slik, at naturen har drevet sanseorganenes utvikling så langt hva følsomhet angår, som det var lønnsomt: til de kunne registrere de minste stimuli, som enda med sikkerhet hever seg over bakgrunnen av Brownske fluktuasjoner.

Inntill nå har vi beskjeftiget oss med spontane termiske fluktuasjoner med utgangspunkt i deres skadevirkninger: begrensningen av målesystemers nøyaktighet. I senere tid har man imidlertid begynt å finne fram til nyttige anvendelser av Brownske fluktuasjoner. Det blir således eksperimentert med metoder for temperaturmåling som går ut på bestemmelse av det elektriske støynivået i en motstand som tjener som temperaturføler. Videre er det bygd støygeneratorer hvor spontane termiske strømfluktuasjoner benyttes som strømkilde med et fullstendig uregelmessig tidsforløp. Slike »statistiske» strømkilder brukes i en viss utstrekning i nyere elektronisk måleteknikk, og for eksperimentelle statistiske undersøkelser.

Litteratur (oversiktsartikler):

1. G. De Haas—Lorentz: Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen. Braunschweig 1913.
2. G. Ising: Natürliche Empfindlichkeitsgrenze bei Messinstrumenten. Ann. d. Physik *V—8* (1931), 905.
3. R. Bowling Barnes, S. Silverman: Brownian motion as a natural limit to all measuring processes. Rev. Mod. Physics *6* (1934), 162.
4. C. W. Mc Combie: Fluctuation theory in physical measurements. Rep. Prog. Phys. *16* (1953), 266.

Från solförmörkelsen sommaren 1954

av Henrik J. Linde och Jerk Alton

Inom naturvetenskapliga föreningen Origo vid Lidingö läroverk förbereddes under vårterminen 1954 en expedition till totalitetszonen för solförmörkelsen den 30 juni. Bl. a. studerades följande litteratur: Å. Wallenquist, Elementa 37: 2 (1954) 107; K. Lundmark, Foto nr 4 (1954) 14; N. Hansson, Tycho Brahes årsbok Cassiopeia (1953); B. Lindblad, Kosmos 7 (1929) 163.

Man beslöt att göra följande observationer: Bestämning av kontakttiderna, fotografering av partiella faser, av solens flashspektrum, av koronan utan filter, av koronan med polaroidfilter samt filmning av de flygande skuggorna.

I expeditionen, som kom till stånd programenligt deltog följande sex medlemmar: Jerk Alton R III, Henrik Linde R IV, Hans Thorén R IV, Ulf Thorén R III, Göran Widell R III och Ingemar Widell R II.

Instrumentutrustning

Ett så omfattande program som det här upplagda fordrade givetvis en stor instrumentutrustning. Våra egna resurser (ett par kameror av god kvalité) räckte ju inte långt, men tack vare vänligt tillmötesgående av Lidingö läroverk, Institutionen för Fysik vid Tekniska högskolan och Detoniklaboratoriet vid AB Nitroglycerin kom vår instrumentutrustning genom upplåning till slut att bestå av följande:

(1) 4 st tidtagarur för bestämning av kontakttiderna.

(2) plåtkamera i format 6,5×9 cm med objektiv Eurynar 1 : 4,5 10,5 cm för fotografering av de partiella faserna. För att solbilden skulle bli större på plåten användes endast främre linsparet av objektivet. Den härvid erhållna brännvidden var 1,95 gånger hela objektivets, eller 20,5 cm. Vid tagningarna användes Kodak O 250 ortokromatiska plåtar och orangefilter.

(3) 50/545 mm refraktor för observation av 1:a och 4:e kontakterna. För detta ändamål var okularet försett med ett solfilter.

(4) 65/800 mm refraktor för fotografering av koronan. På refraktorn borttogs okularet och ersattes med en kamera. Kameran var av typen enögd spegelreflex (Primar Reflex II) i format 6×6 cm. Dess normalobjektiv borttogs, så att endast refraktorns objektiv användes vid exponeringarna. Refraktorn med kamera uppmonterades på ett stadigt stativ. Fig. 1 a visar uppställningen på observationsplatsen. Vid tagningarna användes Ilford HP 3, utan filter.

(5) spektrograf för fotografering av solens flashspektrum. Denna hopsattes av en spektrometer »à vision directe», (fabrikat Sörensén),

och en Robot Star kamera. Från spektrometern borttogs kollimatorn med spalt och okularet. Robot-kameran, monterad på okularets plats, arbetade med 35 mm film; på en filmrulle kunde ca 50 bilder i format 24×24 mm exponeras. Filmframmatning och slutarspänning åstadkoms med ett fjäderverk, som efter varje uppdragning kunde exponera 24 bilder i följd. En batteridriven serieutlösare som påmonterades apparaturen exponerade sedan 5 à 7 bilder per sekund. Kameran var utrustad med ett objektiv Tele-Xenar 1 : 3,8/7,5 cm, som gav ett ca 16 mm långt spektrum på filmen inom synliga och nära-ultravioletta området. (Film Ilford FP 3, full objektivöppning.) Fig. 1 b visar spektrograf och kamera uppmonterade på stativ.

(6) prismaspektrometer av enkel typ för fastställande av rätta ögonblicket för fotografering av flashspektrum. För detta ändamål bortmonterades spektrometerns kollimator med spalt, och endast prismat och okularet användes.

(7) Rolleicordkamera för fotografering av koronan i polariserat ljus. Denna kamera var av typen tvåögd spegelreflex i format 6×6 cm. Objektivet var Xenar 1 : 3,5/7,5 cm och framför detta monterades vridbart i en speciell hållare ett polaroidfilter. Vid tagningarna användes Agfa Isopan F film och bländare 5,6.

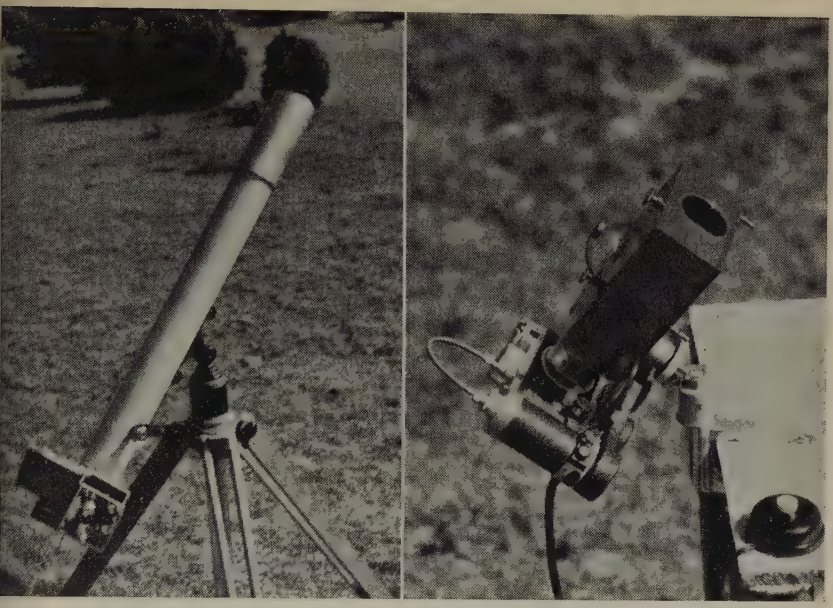
(8) filmkamera för filmning av flygande skuggorna. Denna var en vanlig 8 mm filmkamera av Zeiss' fabrikat. Objektivet hade öppningsförh. 1 : 2. Med denna kamera gjordes även en kort film av expeditionens arbete under förmörkelsen.

Observationerna

Som observationsplats valdes Holmhällar på södra Gotland, där de på förhand färdigställda instrumenten uppmonterades dagen före förmörkelsen. På morgonen den 30 juni var i Holmhällar himlen täckt av täta moln, men vid 12-tiden hade det klarnat och sedan rådde vackert väder ända till ca 20 min. efter 4:e kontakten.

1:a kontakten inträffade omkring 12.37. Denna tid bestämdes av U. Thorén medelst observation genom 50/545 mm refraktorn. Samtidigt startade han två tidtagarur, det ena för bestämning av tiden mellan 1:a och 2:a kontakten och det andra för tiden mellan 1:a och 4:de kontakten.

Vid 1:a kontakten påbörjade också av I. Widell tagningen av bildserien av de partiella faserna (fig. 4) med plåtkameran; sedan fortsattes med exponeringar var 5:e min. intill 4:e kontakten. (Exp.tid $^1/_{250}$ sek., bländare ca 60, orangefilter, Kodak O 250 plåt.) På grund av kamerans relativt långa brännvidd i förhållande till formatets storlek måste två plåtar användas, en för tiden mellan 1:a och 2:a kontakten och en för tiden mellan 3:e och 4:e kontakten.



a. b.

Fig. 1. Refraktor (a) och spektrograf (b) med tillbyggda kameror.

Redan 20 min. före totalitetens inträdande syntes planeten Venus som aftonstjärna, och ca $^1/_2$ minut före totaliteten började de flygande skuggorna visa sig. Filmkameran, som för fotograferingen av skuggorna var inriktad mot ett på marken utbrett vitt lakan, startades då av I. Widell, som lät den gå ända tills skuggorna vid totalitetens inträdande inte längre syntes. Normal bildfrekvens, 16 bilder/sek., användes och bländaren 1 : 2 var helt öppen. (Adox U 17 film.)

I spektrometern, genom vilken J. Alton iakttog solskäran, började ca 5 sek. före totaliteten de kraftigaste kromosfärslinjerna framträda i emission. Någon sekund senare, då den egentliga flashen började, startade observatören spektrografens Robotkamera. (Exp.tid $^1/_{50}$ sek., bländare 3,8, Ilford FP 3 film, utan filter.)

60/800 mm refraktorn hade redan en god stund före totaliteten inriktats mot solen. På kamerans mattskiva kunde man genom att skugga för något med handen framför objektivet betrakta den nästan helt förmörkade solen utan användning av mörka glasögon. Medan Henrik Linde, som hade hand om koronafotograferingen, följde solskärans avtagande på mattskivan, kunde han se hur innerkoronan plötsligt framträdde. Ett par sekunder senare togs bilden fig. 2 ($^1/_{25}$ sek.). Framdrag-

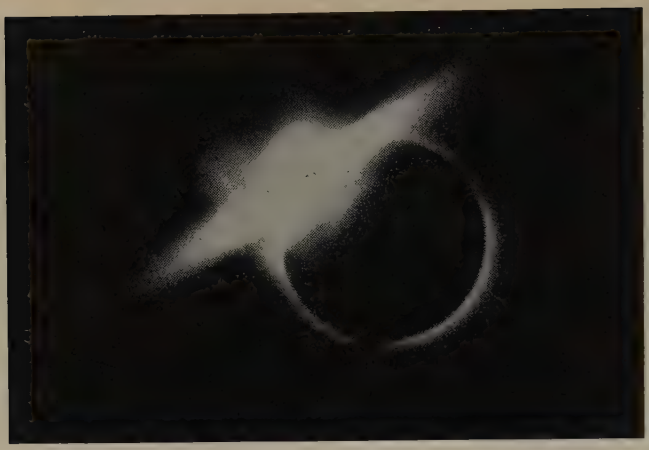


Fig. 2. Innerkoronan ca 6 sek. före totaliteten ($^1/_{25}$ sek., utan filter).

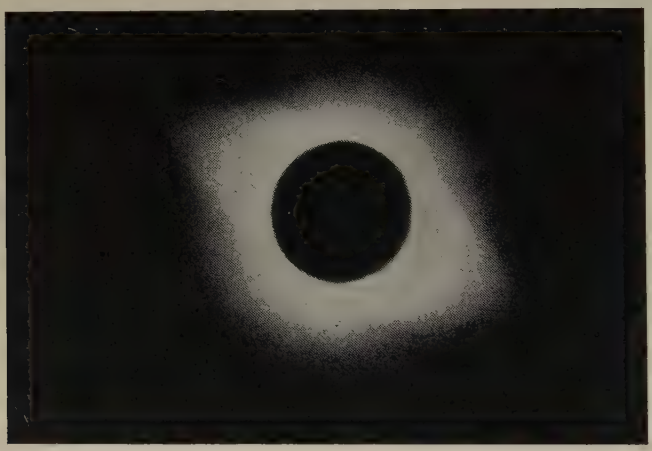


Fig. 3. Solkoronan under totaliteten (1 sek., utan filter).

ning av filmen jämte ännu en exponering medhanns, innan solskäran helt försvann. Sedan vidtog de programenliga tagningarna av koronan med exp.tider mellan $^1/_{25}$ och 10 sek. De långa exponeringarna utfördes av Ulf Thorén med hjälp av en skärm framför objektivet. Detta var nödvändigt för att undvika de vibrationer som uppstå vid spegelns uppfällande.

Göran Widell gjorde under totaliteten 12 exponeringar med Rolleicordkameran med exponeringstider mellan $^1/_{500}$ och 10 sek. Vid fyra

av dessa, vilka gjordes på $^1/_{25}$ sek., användes ett polaroidfilter framför kameran och filtret vreds 45° mellan varje tagning.

De återstående sekunderna av totaliteten användes till att »i lugn och ro» betrakta det vackra skådespelet. När solskäran åter blixtrade fram, gjordes ett försök att ta en serie flashspektra även vid denna kontaktpunkt.

Resultat av observationerna

Bestämningen av kontakttiderna gav ej tillräckligt goda resultat beroende på en del ogynnsamma omständigheter.

Fotograferingen av partiella faserna. Serierna från partiella faserna blev mycket jämna med endast några små felaktigheter. De förstorades och sammanklipptes med en koronabild. Därefter avfotograferades hela serien (fig. 4).

Fotograferingen av koronan utan filter. Denna film framkallades i finkornsframkallare, vilket visade sig mindre lämpligt. Negativen blev nämligen mycket mjuka och ultrahårt papper måste användas vid kopieringen. Resultatet blev emellertid gott och särskilt den första exponeringen (fig. 2) är intressant, då den ju visar innerkoronan tydligt, fastän skärans längd är hela 0,8 solradier.

För att närmare bestämma hur lång tid före 2:a kontakten ovannämnda exponering gjorts, har en av författarna (H. L.) utfört en del beräkningar häröver med hjälp av data för totalitetsbältets bredd, totalitetens varaktighet vid centrallinjen samt månens och solens radier. Det gällde att på grundval av dessa storheter söka ett samband mellan solskärans längd och tidsavståndet ifråga. Ur den parabelliknande kurva, som beräkningarna gav, erhölls värdet 6 sekunder för tiden, när längden av skäran är 0,8 solradier. Noggrannheten i bestämningen begränsas bl. a. av svårigheten att mäta solskärans längd på filmen.

Eftersom vi ej använde något drivverk vid tagningarna, blev de bilder som tagits med lång expo-

Fig. 4. Solens faser under förmörkelsen. (Koronabilden är inkopierad från upptagning med refraktor.)

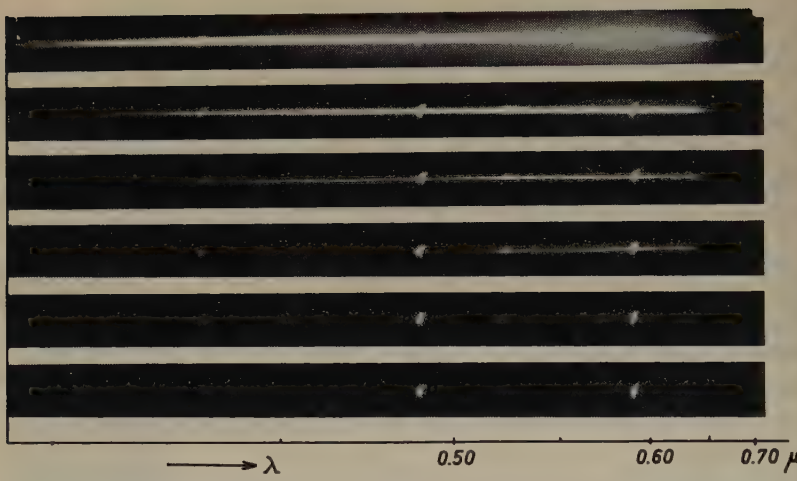


Fig. 5. Solens flashspektrum sekunderna närmast före andra kontakten. (Emissionslinjerna tillhör vätets Balmerserie och helium.)

nering ganska oskarpa. De som exponerades något mindre än en sekund visade sig bäst. På några av bilderna kunde koronan följas ut till 3 solradiers avstånd från månkanten (fig. 3).

Fotograferingen av koronan i polariserat ljus. Trots att denna film framkallades i finkornsframkallare, blev filmen så grovkornig, att (vid den nödvändiga förstoringen) någon skillnad i ljustäthet i olika delar av koronan på de olika bilderna med polarisationsfilter inte kunde iakttagas.

Fotograferingen av solens flashspektrum. Filmen framkallades i finkornsframkallare (Promicrol) till $\gamma=0{,}7$. Det visade sig att serien från 2:a kontakten var tagen under rätt tidsrymd. Redan på 1:a bilden framträder emissionslinjerna överlagrade det kontinuerliga spektret, medan på den sista exponeringen nästan endast flashlinjerna framträder. Vid uppförstoring visade det sig, att hela spektrumet var oskarpt. En linje (F-linjen), som i verkligheten är enkel, framträdde dessutom som dubblett, troligen beroende på att filmen genom något tillfälligt fel i robotmekanismen undergått vissa förskjutningar under exponeringarna. Som framgår av fig. 5 kunde flera emissionslinjer både från väte och helium tydligt iakttagas. På upptagningen nr 4 uppifrån, som troligen representerar den maximala flashen, synes å filmen dessutom många svaga men tyvärr oskarpa linjer. Inalles erhölls 18 exponeringar. De ungefärliga tidsavstånden mellan de i

fig. 5 reproducerade, räknat från den första, är 0, $^{3}/_{6}$, $^{8}/_{6}$, $^{10}/_{6}$, $^{12}/_{6}$ och $^{18}/_{6}$ sekunder. Intressant är att lägga märke till hur hastigt det kontinuerliga spektret avtager i intensitet och bredd under den korta tidsrymd exponeringarna omfatta.

Serien vid 3:e kontakten togs tyvärr något för sent, så att endast det kontinuerliga spektret erhölls.

Filmningen av de flygande skuggorna. Då de flygande skuggorna har mycket låg kontrastverkan och rör sig mycket snabbt, lyckades vi inte att fånga dem på filmen. Den kalla vindpusten som alltid kommer en stund före totaliteten märks dock på filmen genom att lakanet plötsligt fladdrar till, under det att eljest nästan fullständig vindstilla rådde.

Författarna står i tacksamhetsskuld till observator Åke Wallenquist, Uppsala, för hjälp med tydningen av flashspektrumupptagningarna.

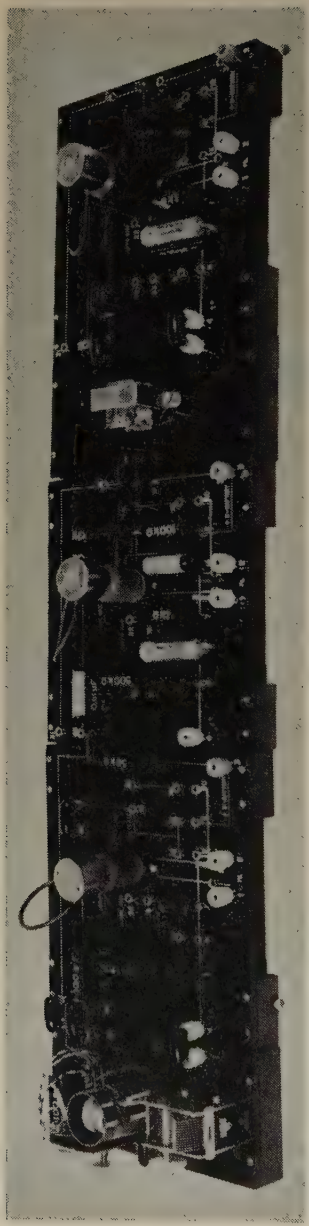
Materiel för undervisning i elektronik

Av driftsingenjör N. E. Lundqvist, Västerås

Laborationsförsök i elektronik kan inte, utom i mycket enkla fall, utföras tillräckligt åskådligt genom tillfällig uppkoppling med lösa sladdar, utan man måste tillgripa metoden med demonstrationspaneler.

En av förf. konstruerad apparat för demonstration av grundläggande försök med elektronrör visas i fig. 2 sid. 109. Apparaten utgöres av en mätpanel (976×600×8 mm bakelitplatta) med symbolen för en pentod samt ledningar ingraverade. Anodkretsen är märkt med vit, gallerkretsen med gul och skärmgallerkretsen med blå färg. Apparaten är avsedd att placeras på lektionsbordet.

Vid rörprovning och demonstration av förstärkarverkan insättes en motståndssats i anodkretsen. Resistansen kan väljas från 0 Ω (rörprovning) upptill 1 MΩ. Instrumentens storlek medger, att varje elev i klassen kan avläsa instrumenten och göra de anteckningar som erfordras för beräkning av rörets konstanter, förstärkning, verkningsgrad, distorsion osv.



Rörets arbetssätt, då det gäller att alstra odämpade svängningar, kan visas tydligt genom att svängningskretsens induktans (12 000 varv på järnkärna) och kapacitans (20 μF) valts så, att frekvensen blir endast 1 å 2 p/s. Instrumenten hinner registrera varje fas hos det periodiska förloppet. Eleverna får sålunda verifierat på ett särskilt påtagligt sätt de teorier, som ligger till grund för svängningsalstringen. Man ser att gallerspänningen, gallerströmmen, anodströmmen och spänningen över tankkretsen är i fas, att anodspänningen är fasförskjuten 180° och att det är 90° mellan den svängande strömmen i kretsen och gallerspänningen. I gallerkretsen finns uttag för inkoppling av gallerkondensator och gallerläcka, varigenom läraren kan visa dessa komponenters inverkan på arbetspunkt och verkningsgrad. Svängningskretsens komponenter kan dessutom användas vid t. ex. demonstration av resonans. Kondensatorbatteriets kapacitans är reglerbar från 2 μF till 20 μF. Tillsammans med spolen på järnkärna fås en växelströmskrets, som kan ställas in i resonans med elnätets 50-periodiga växelström. Såväl serie- som parallellresonans kan visas.

Förf. har även konstruerat en laborationssats, som består av rörplatta, svängningskrets och transformator på plattor av bakelit samt en förvaringsplatta av trä (fig. 3) för kondensatorer, motstånd och kopplingsbyglar. Bakelitplattornas ledningar är tydligt märkta med olika färger för rörets kretsar, och alla kon-

Fig. 1. Trerörsmottagare, uppbyggd av 3 st rörplattor, 1 st svängningskretsplatta och 1 st transformatorplatta.

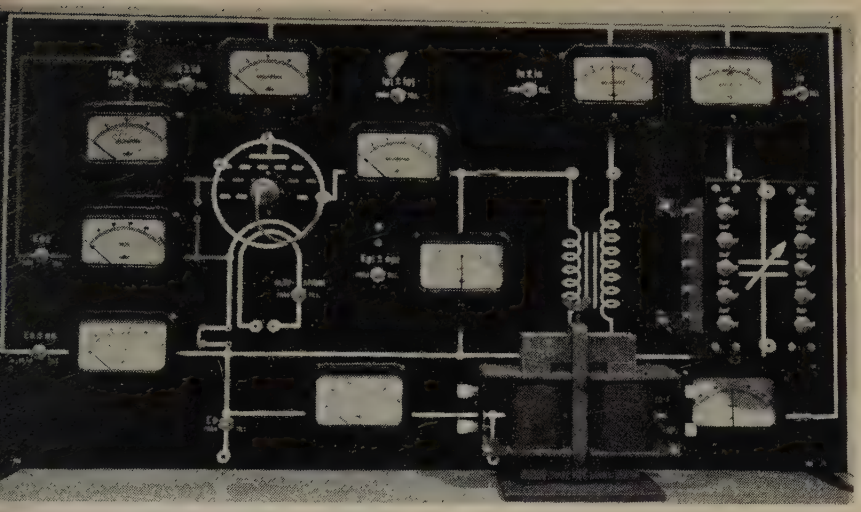


Fig. 2. Rörgenerator.

takter är numrerade. Om flera laborationsgrupper arbetar samtidigt, kan läraren ge entydiga anvisningar för hur en koppling skall utföras. Siffrorna har olika färg, så att t. ex. rörplattan har vita siffror men transformatorplattans är blå.

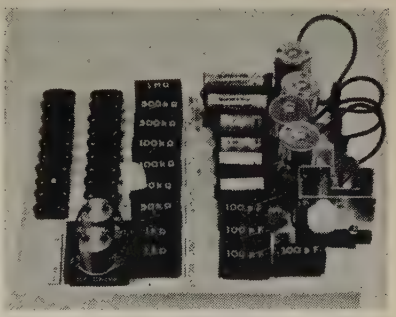


Fig. 3. Förvaringsplatta för laborationssatser.

Med en laborationssats kan man utföra i stort sett samma försök som med rördemonstrationsapparaten. Finns flera rörplattor tillgängliga, kan förstärkare i flera steg, mottagare och små experimentsändare byggas upp. Ett ex. på hur en 3-rörs rak mottagare tar sig ut visas i fig. 1.

Den här beskrivna apparaturen har prövats vid bl. a.: Chalmers tekn. högskolas inst. för elektronik; Televerkets teleskola, Stockholm; Elektrotekniska fackskolan, Västerås; Tekniska gymnasiet, Luleå; Flygvapnets signalskola, Västerås.

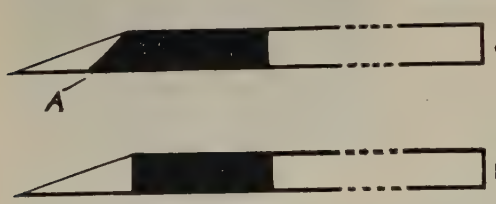
Upplysning om priser etc. kan erhållas genom förf., Åkarhagsgatan 6 D, Västerås.

Notiser

Sked för försök i halvmikroskala

Måttuppgifter, som gälla små mängder av fasta substanser, ha alltid varit anmärkningsvärt obestämda. I fråga om vätskor och gaser kan man föreskriva exakta volymer i ml och bråkdelar därav. Fasta kroppar måste man väga, och det vore ju onekligen både besvärligt och oftast kanske alldeles onödigt att tillgripa en våg med den känslighet, som här vore erforderlig. »En knivsudd», »några kristaller», »några korn» föreskrives ofta, påminnande om äldre kokböckers »en nypa salt». Men vad är en knivsudd, och hur stora äro kristallerna och kornen? I samband med halvmikrometodikens införande ha de kemiska firmorna i USA jämte övrig halvmikromateriel också lanserat halvmikroskedar med långa smala bland på långa ännu smalare skaft (t. ex. Waco = Wilkens-Anderson, Co. eller Fisher Scientific). Med dem går det utmärkt att hämta upp små mängder av fasta ämnen och föra ned dem ända till botten av ett halvmikroprovrör eller -centrifugrör, men de lösa ej problemet att avmäta något så när bestämda, lika stora mängder av ämnena. Med den glassked, som här skall beskrivas, kan man avmäta ungefär lika mängder av fasta pulver, tillräckligt små för halvmikroförsök.

Skeden tillverkas av pyrexrör och -stav. Ett glasrör, 5 mm utvändigt, 3 mm invändigt, cirka 12 cm långt, slipas snett i en vinkel av ungefär $^1/_4$ rät med användning av ett karborundumbryne och terpentinolja. I glasröret inlägges en noga passande ungefär 4 cm lång glasstav, i ena änden slipad i en vinkel av ungefär $^1/_2$ rät, så som figur a visar. Med en spetsig låga smältes stav och rör tillsammans vid A. Samtidigt passar man på att mjuka upp de slipade kanterna, så att de bli glatta. Det är lämpligt att smälta igen glasrörets andra ände. Det tar inte många minuter att tillverka denna sked, sannolikt ännu färre, om man har tillgång till en roterande slipskiva. Man kan minska arbetet genom att avstå från att snedslipa staven och endast skära den rätt av (fig. b). I så fall får skeden vertikal botten och blir svårare att göra ren. Beträffande rengöring är det ju så, att många lufttorra pulver lämna skeden nästan fullständigt, så att den endast behöver en urborstning med en piprensare.



I andra fall kan man behöva skölja med vatten, och då kan skeden sedan torkas direkt över en liten låga; man behöver ej befara, att glaset skall spricka.

Med de angivna måtten, 3 mm inre diameter och vinklarna 45° och 22,5° skulle en struken sked lämna en volym av 0,015 ml. Försök ha utförts med några olika fasta pulver för att se, om man med en struken sked vid upprepade försök får ungefär samma viktsmängd. Det är något så när fallet med pulver, som lämna glaset fullständigt; i annat fall är spridningen betydlig.

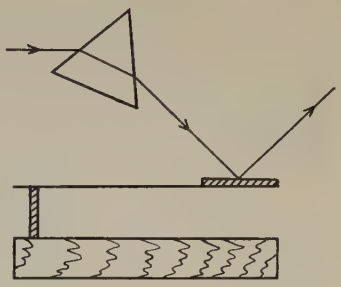
Man kan också göra större skedar av samma typ, de ha alla den goda egenskapen att kunna föras ned även i trånga kärl.

G. Starck

Färgblandning

En planspegel (5 cm×5 cm) fastsättes på ett fjädrande bågfilblad (20 cm) och det hela monteras på en tillräckligt tung träplatta. Spegeln får reflektera ett spektrum mot taket eller mot en skärm. När spegeln bringas att svänga, får man på skärmen en utdragen belyst yta, som är vit utom vid ändarna.

Alfred Nilsson

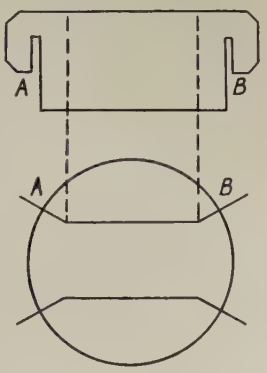


Ackumulatormodell för laborationer

Som ett komplement till en artikel i Elementa årgång 21 (1938) 45 med titeln »Stora elektrodytor vid elektrolys och i enkla element» meddelas här ett enkelt sätt att göra en ackumulatormodell för laborationer.

Blyplåtarna (1,5 mm) klippas och böjas enl. fig. Man gör först en mall av zink och kopierar den på blyplåten med en syl. Spåren A och B trädas på kanten av en flatbottnad glasskål (diam. 10 cm; höjd 3,5 cm), och skålen fylles till hälften med syra. Ledningarna anslutas med krokodilklämmor.

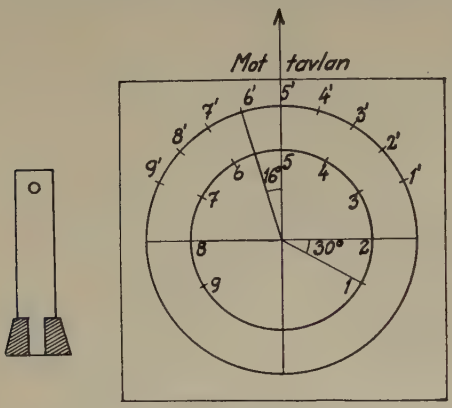
Alfred Nilsson



Hur en planetslinga uppkommer

visas i de flesta läroböcker i astronomi med teckningar. Detta utredes även lätt med hjälp av en projektionsanordning. I sin lärobok i fysik för realskolan (del III, sid. 95) anger Malmborg en dylik med »mekanisk» projektion. Man kan också t. ex. på följande sätt använda »optisk» projektion.

På ett bord 2 à 3 m framför svarta tavlan lägges en stadig pappskiva, på vilken ritats två koncentriska cirklar med resp. 24 och 36 cm radie.



Den inre representerar jordens bana kring solen, den yttre projektionen av marsbanan på ekliptikans plan (bordets plan). På den inre avsättes 30°-bågar, på den yttre 16°-bågar motsvarande jordens resp. Mars' förflyttning på en månad. Punkterna 1, 1′; 2, 2′, ... är samtidiga lägen. Radien till punkterna 5, 5′ går vinkelrätt mot tavlan, på vilken projektionen skall ske.

Av styv papp göres två sikten S och och S′, som kan ges i figuren angiven form. Med korkborr (5 mm) borras ett hål 100 mm från nedre änden, som göres smalare och stickes ned i en 25 mm hög kork, så att siktet kan höjas och sänkas.

Man ställer S i 1 och S′ i 1′. En elev siktar genom S—S′ och en annan elev vid svarta tavlan håller en kritbit, så att den förste ser den genom hålen. Den erhållna projektionspunkten P_1 markeras. Siktena flyttas till 2, 2′ osv., varvid siktet S′ varje gång höjes ett par millimeter till läget 5—5′ för att därefter stegvis sänkas lika mycket (marsbanan bildar vinkel med ekliptikan). Genom projektionspunkterna P_1, P_2, ... P_9 lägges en kurva. Resultatet blir en planetslinga med uppåtvänd ögla. Genom att på annat sätt variera höjden av siktet S′ kan man få slingor av annat utseende. *H. Stenmark*

Uppgift 7 i studentexamen, specialkurs, nov. 1954

Vi betrakta ett normalplan $p(x)$ till en x-axel Ox fastlagt av abskissan $x>0$ för skärningspunkten M med axeln. Planet p avskär av två kroppar K och K_1 åt O till volymerna $V(x)$ resp. $V_1(x)$, medan snitten ha ytorna $B(x)$ resp. $B_1(x)$. Då x varierar och $z=V_1:V$ har extremum, gäller $V_1:V=B_1:B$, såsom följer av

$$\frac{dz}{dx}=0 \text{ och } \frac{dV_1}{dx}:\frac{dV}{dx}=B_1:B$$

Är K speciellt en kon med toppen S i O och V volymen av toppkonen, så är V_1 volymen av den kon med toppen S som har basytan B_1.

För att tillämpa detta på ifrågavarande uppgift 7 — se Elementa 37 (1954) 297 — låta vi Ox vara axeln i konen. I stället för att variera den inskrivna kroppen fasthålla vi denna, utsträcka kon- och cylindermantlar obegränsat och förflytta basplanet p så, att M och S ligga på var sin sida om klotets centrum C. Då uppstå figurer likformiga med dem som åstadkommas enligt lydelsen. Avsättes på axeln åt S till $CP=\frac{2}{3}r$, där r är klotradien, så är $V_1=B_1\cdot PM$. Har z extremum för $M=M_0$, $t=t_0$, $x=x_0$, är därjämte $V_1=\frac{1}{3}B_1\cdot SM_0$, så att $SM_0=3\cdot PM_0$ (dvs. $SM_0=1{,}5\cdot SP$) och extremvärdet $z_0=V_1:V=B_1:B=t_0^2$. Ur fig. fås

$$_0=r:SM_0\operatorname{tg}\alpha=r:1{,}5(SC-PC)\operatorname{tg}\alpha=r:1{,}5(r:\sin\alpha-\tfrac{2}{3}r)\operatorname{tg}\alpha=\cos\alpha(1{,}5-\sin\alpha).$$

Möjlighetsvillkoret $SM_0>SC$ kan (se ovan) skrivas $1{,}5SP>SC$, $SC>3\cdot PC=2r$, $\sin\alpha<\frac{1}{2}$, $\alpha<\frac{1}{6}\pi$. Att, när detta villkor är uppfyllt, t_0, det enda värde som *kan* göra z till extremum, verkligen motsvarar max. inses lätt utan räkning. Dels är klart att $z\to 0$, när $x\to\infty$, dels påstås att z minskar, när x *avtar* från x_0 med $\Delta x<CM_0$. Äro nämligen ΔV och ΔV_1 tillhörande volym*minskningar*, synes genast att

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta V}>\frac{B_1(x_0)}{B(x_0)}=\frac{V_1(x_0)}{V(x_0)}$$

och som följd härav är

$$\frac{V_1-\Delta V_1}{V-\Delta V}<\frac{V_1}{V}$$

Anm. Man kunde på samma sätt visa att z avtar när x växer från x_0.

Josef Andersson

Aktuellt

Förevisning av fysikaliska försök och instrument

i avsikt att ge målsmän och andra intresserade inbjudna en inblick i skolans fysikundervisning anordnades en afton under februarilovet i år ($^{22}/_{2}$) vid H. a. l. å Kungsholmen i Stockholm. Den fysikaliska institutionens alla åtta lokaler hade tagits i anspråk. I de olika rummen försiggick »non-stop»-demonstrationer och experiment, allt skött av ett 15-tal realgymnasister. Utställningsvis förevisades ett rikhaltigt urval av fysikaliskt eller tekniskt intresseväckande föremål såsom

radiosond, transistorer, rundradiosändarrör, röntgenutrustning, avståndsmätare m. m. Programmet omfattade vidare ett trettiotal försök, belysande centrala delar av fysikkursen: geometrisk optik, emissions- och absorptionsspektra, interferens, U-violljuseffekter, spärrskiktcell, Daléns solventil i funktion, akustiska, elektrostatiska och elektromagnetiska försök, urladdning i rör under evakuering, användning av tongenerator, oscillograf etc.

Förevisningen hade på ett utmärkt sätt organiserats av läroverksadjunkt E. Wetterwik, som hade all heder av sina elevers prestationer.

Det är uppenbart, att dylika förevisningar har stor betydelse för kontakten mellan skola och hem, liksom det också måste vara värdefullt för eleverna att på detta sätt få öva sig i muntlig framställning.

C. E. Blom

Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

höll den 16 och 17 april sitt sedvanliga vårsammanträde, i år som ett tvådagarsmöte på Universitetets fysiska institution. Detta syftade främst till att göra medlemmarna bättre rustade att motsvara de önskemål om en alltmera vidgad undervisning i modern fysik, främst atomlära, som framförts från skilda håll. Efter årsmötesförhandlingar inleddes lördagens arbete med en diskussion om atomlärans fördelning mellan skolämnena fysik och kemi. Inledningsanföranden hölls av lektorerna B. Adell och A. Leide. Man uttryckte bl. a. en förhoppning, att det ökade timtalet för fysik på det nya gymnasiets schema skall möjliggöra en mera effektiv samverkan mellan fysik- och kemiundervisningen på atomlärans område, än som nu är möjlig.

Resten av lördagen och hela söndagen ägnades åt atomfysikens experimentella behandling genom lektions- och laborationsförsök. Sådana experiment demonstrerades på ett synnerligen förtjänstfullt sätt av instruktörer från fysiska institutionen: fil. lic. Sven Glad, biträdande läraren Göran Leide, assistenterna Erik Alinder och Stig Avellén samt amanuensen Börje Persson.

Deltagarna indelades i grupper, vilka successivt fick experimenten på nedan angivna fem huvudområden demonstrerade för sig och hade god tid att med vederbörande instruktörer diskutera apparat- och försöksdetaljer. Stencilerade och interfolierade försöksbeskrivningar, som utdelats till mötesdeltagarna, ökade ytterligare demonstrationernas värde. — Huvudområdena var:

Elektronens egenskaper: jonisation, mättningsström, stötjonisation, avböjning i elektriskt och magnetiskt fält, Millikans oljedroppsförsök, bestämning av e/m, Franck och Hertz' försök med joniseringspotential.

Katodstrålar: olika slag av likriktare, katodstråleoscillografen, kanalstrålar.

Glödelektroner: elektronrörets allmänna egenskaper, energimätning med bromsfält, impulsförstärkning.

Fotoelektricitet: ljusmätning, bestämning av Plancks konstant.

Radioaktivitet: naturlig och konstgjord radioaktivitet, neutronalstring, Wilsonkammaren, spetskammaren, Geiger-Müllers räknerör.

Skolöverstyrelsen hade gjort det möjligt för de högre skolornas fysik- och kemilärare att deltaga i mötet båda dagarna genom att bevilja dem ledighet från den ordinarie undervisningen under lördagen. Omkring 150 deltagare från södra Sverige hade infunnit sig, och man uttryckte allmänt sin höga uppskattning av dessa instruktionsdagar, som kunnat genomföras tack vare ett utomordentligt stort tillmötesgående från fysiska institutionens chefer och från dess personal.

I samband med mötet hade firmorna R. Grave, Stockholm och Malmö, och Svenska skolmaterielförlaget, Stockholm, anordnat utställningar av fysikalisk försöksmateriel, resp. planscher.

Birger Adell

Svenska Kemistsamfundets Analysnämnd

anordnar en kurs i Lund i elektronik för kemister. Kursen, som kommer att genomgås på en vecka, avser att i första hand omfatta elektronrörsteori, med särskild hänsyn till de grupperingar och kombinationer som används i sådan elektronikapparatur, som förekommer inom kemiskt laborationsarbete. I samband med föreläsningar tre timmar per dag kommer konstruktionen av några typiska laboratorieinstrument, såsom pH-metrar, fotometrar, skrivande instrument o. dyl. att i detalj genomgås. Deltagarna får tillfälle till praktiskt arbete i form av fyra timmars laborationer dagligen. Laborationerna kommer att omfatta dels några grundläggande försök med elektronrör och fotoceller, dels några försök med enklare apparatur, såsom stabiliserade nätaggregat, pH-metrar, elektronrörsreläer, termistorbryggor o. dyl., som byggs av varje laborationsgrupp. Kursdeltagarna får inköpa den tillverkade apparaturen till materialkostnadspris.

Vid tillräckligt deltagarantal kommer en första kurs att äga rum under tiden 6—11 juni, varefter en andra kurs hålles 13—18 juni 1955. Eventuellt kan en tredje kurs anordnas under tiden 19—24 juni. Ledare för kursen blir docent Lennart Stigmark, Fysiska Institutionen, Lund. Kursavgiften är 325 kr. för Kemistsamfundets medlemmar och 400 kr. för övriga. Program kan erhållas från Analysnämndens sekreterare, fil. lic. Elsa Grabe, Karlavägen 14 B, Stockholm Ö.

Gradualavhandlingar [1]

GÖSTA FRICK, *Studies on desoxyribonucleoprotein and desoxyribonucleic acid.* Uppsala 1954. (Sammanfattning av artiklar i Biochimica et Biophysica Acta, Nature och Arkiv för Kemi.) Disp. i Uppsala 23 oktober 1954. Opponenter: docent CLAES WEIBULL och fil. lic. BERTIL GELOTTE.

Nukleoproteiners och nukleinsyrors roll kan väl ej anses helt klarlagd, men starka skäl tala för att de spela en central roll i sådana viktiga processer som t. ex. celldelning och äggvitesyntes. Kromosomer och virus bestå t. ex. till stor del av nukleoprotein. Genom att preparera nukleinsyra från en bakteriestam och därmed behandla en lämplig närbesläktad bakteriekultur kan man förändra den senares arvsegenskaper, så att den förvärvar några av den förstnämnda stammens — t. ex. från akapsulär till kapsulär form.

Nukleoprotein och nukleinsyra ha helt naturligt under de senaste årtiondena blivit alltmera uppmärksammade i biokemisk forskning. Av de två för närvarande kända huvudtyperna har den typ som innehåller desoxyribose undersökts i det här refererade arbetet. Preparationen av desoxyribonukleoprotein har utförts enligt en metod som tidigare angivits av Mirsky och Pollister. Denna metod, som är relativt skonsam, har underkastats ett närmare studium. Det har härvid t. ex. visat sig, att tillsats av Mg-joner hämmar enzymer som bryta ner nukleoproteinet.

Materialet har vidare undersökts med ett antal fysikalisk-kemiska metoder, framför allt löslighetsmätningar, elektrofores, ultracentrifugering, diffusion och ljusabsorption.

Lösligheten visar sig variera på ett mycket egendomligt sätt med salthalten, i det att den har ett minimum vid 0,35—0,05 molar NaCl och ger ett antal språngvisa ändringar vid högre koncentrationer. Dessa ändringar tycks sammanhänga med någon modifikation i molekylens struktur. Viskositetsmätningarna tycks understödja detta antagande, men här få resultaten ej anses helt säkerställda. Vid låga salthalter (under den fysiologiska) tycks materialet undergå mera genomgripande förändringar, något som ju av andra forskare visats återspegla sig i vissa biokemiska processer.

Löslighetsminimets läge och salthalten hos den miljö från vilken de för preparationen använda organen stamma, stå i direkt korrelation till varandra. Detta har visats på material från kalv och från ett flertal fiskarter. — Ultracentrifugering, diffusion och elektrofores

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

ha givit resultat av visst intresse, men tolkningen försvåras av fenomen som sammanhänga med en växelverkan mellan molekylerna.

Absorptionen i ultraviolett visar sig för både nukleinsyran och nukleoproteinet stegras med ej mindre än 33 % i alkalisk lösning. Detta fenomen tolkas utifrån Watson och Cricks struktur-modell för nukleinsyra, som en följd av sprängning av vätebindningar inom varje molekyls dubbelspiral. Även i infrarödspektrum erhölls en märkbar effekt som kan tolkas på samma sätt.

En detaljerad och kritisk undersökning av olika metoder att ur nukleoprotein framställa möjligast ren nukleinsyra ingår som ett led i arbetet. Det visade sig härvid, att bindningen mellan nukleinsyra och protein torde vara kraftigare än man tidigare antagit. Användes denaturerande medel för att avlägsna proteindelen, fordrades att materialet först utsattes för svag hydrolys eller autolys; annars blev utbytet av ren syra ringa. Torkning och t. ex. tvättning med aceton eller eter visade sig skada den färdigpreparerade nukleinsyran.

Bertil Gelotte, *Activin, a low-molecular-weight substance in the contractile element of muscle,* Uppsala 1954, 68 s. Disp. i Uppsala den 27 november 1954. Opponenter: docent Adam Deutsch, Lund och fil. lic. Per Flodin, Uppsala.

Muskelcellerna skilja sig från övriga celler genom sin förmåga att omvandla kemiskt bunden energi till mekaniskt arbete. Detta sker vid en muskels kontraktion, och denna formförändring av muskeln är orsakad av strukturförändringar hos de s. k. kontraktila proteinerna. Ett av dessa proteiner, actin, uppvisar en ovanlig egenskap, nämligen att existera dels i globulär form (G-actin) och dels i fiberform (F-actin). Den reversibla omlagringen mellan dessa former antas vara en polymerisation — depolymerisation. Sammanbindande länk mellan de enskilda actinmolekylerna i den polymeriserade formen (F-actin) har antagits vara adenosindifosfat (ADP). I depolymeriserat tillstånd (G-actin) borde denna lågmolekylära del föreligga som adenosintrifosfat (ATP). Trots att denna teori accepterats ganska allmänt, har det dock på senare tid framkommit vissa motsägande experimentella fakta.

Det arbete, som beskrives i avhandlingen, avsåg att vara en kritisk studie av denna teori. Förf. kunde snart visa, dels att ADP genom långvarig dialys kunde helt avlägsnas från F-actin, som trots detta fortfarande förelåg i polymeriserad form, och dels att vid kraftig sönderdelning av detta F-actin ett nytt ämne kunde påvisas, som härrörde sig varken från ADP eller proteinstrukturen. Detta ämne har preliminärt benämnts activin.

Lämpliga preparationsmetoder för activin ha utarbetats, och den mängd activin, som är bunden till de olika kontraktila proteinerna,

har bestämts. Jämförande undersökningar ha gjorts på proteiner från såväl skelettmuskel som hjärtmuskel. Experimentella data ge vid handen, att activin är mycket fast bundet till actin och även till myosin, att kalciumjoner delta i denna bindning och slutligen att activin troligen också kan bindas till nukleinsyra, som finns i muskelns kontraktila element.

Ett stöd för antagandet att activin skulle vara en länk mellan actinmolekylerna vid polymerisationen har erhållits på följande sätt: Det är möjligt, att från hjärtmuskel isolera ett aktivt actin, dvs. ett actin med god förmåga att polymerisera, men också ett inaktivt actin, som nästan helt saknar denna förmåga. Tidigare undersökningar ha visat, att tillsats av mycket små mängder hjärtglykosider (digitalis) till stor del återger det inaktiva actinet dess polymerisationsförmåga. Samma effekt har erhållits efter tillsats av activin i motsvarande mängder.

Slutligen ha preliminära undersökningar gjorts för att utröna strukturen hos activin. På grund av svårigheten att framställa ämnet i tillräckligt stora mängder, ha några ingående undersökningar ännu inte varit möjliga. Activin är emellertid ett lågmolekylärt ämne (molekylvikt ungefär 200), och några grupper inom molekylen ha kunnat identifieras. Sannolikt är activin en diketon, och det har varit möjligt att isolera substansen i form av en dinitrofenylhydrazon. Vissa experiment tyda på att en av dess karbonylgrupper är ansvarig för den biologiska aktiviteten.

Gunnar Larsson-Leander, *A study of Nova DK Lacertae (1950)*, Uppsala 1954, sammanfattning av tre avhandlingar i Stockholms Observatoriums Annaler. Disp. i Stockholm den 4 december 1954. Opponenter: docent Tord Elvius och fil. mag. Ulf Sinnerstad.

I januari 1950 upptäckte Ch. Bertaud vid observatoriet i Meudon utanför Paris en nova av 6:e storleken i stjärnbilden Ödlan. Stjärnans läge på himlen var relativt ogynnsamt, och den kom därför att observeras i större utsträckning endast vid ett fåtal observatorier. Den blev emellertid ett mycket intressant objekt. Ljuskurvan uppvisade mycket snabba fluktuationer och ett stort antal sekundära utbrott. I takt med ljusstyrkeväxlingarna undergick stjärnans spektrum radikala förändringar till största delen av reversibel natur.

Författaren har i en av de tre avhandlingar, som ligger till grund för disputationsavhandlingen, härlett en noggrann ljuskurva för novan från alla tillgängliga fotoelektriska och fotografiska observationer. De olika magnitudserierna skilde sig ursprungligen avsevärt från varandra, beroende på att de olika observatörerna ofta använt skilda jämförelsestjärnor, vars magnituder ej var givna i ett enhetligt system.

Genom fotoelektriska observationer med Stockholms Observatoriums 60-cm refraktor bestämdes noggranna magnituder för jämförelsestjärnorna. Dessa användes sedan vid uppmätningen av ett antal fotometriska plåtar av novan tagna i Saltsjöbaden. De så erhållna magnituderna och ett antal fotoelektriska magnituder av novan reducerade till författarens fotoelektriska system gav en serie standardmagnituder, med vars hjälp korrektioner kunde härledas till de olika fotografiska observationsserierna. Det fotometriska observationsmaterialet kunde på detta sätt hoparbetas, och en relativt fullständig och homogen ljuskurva erhölls.

De två övriga avhandlingarna behandlar novans spektrala utveckling. Materialet för denna del av undersökningen utgöres av ett stort antal spektrogram av novan erhållna med Stockholms Observatoriums 102-cm reflektor. De tidigare spektrogrammen är upptagna med en spektrograf med tre prismor och har relativt hög dispersion (27 A/mm vid Hγ), de senare är upptagna med ett prisma och har lägre dispersion (75 A/mm vid Hγ).

Spektrogrammen har uppmätts; de olika absorptionslinjerna och emissionsbanden har identifierats, och radialhastigheter har härletts för olika linje- och bandsystem, som uppkom i de gasmassor, som successivt utkastades från novan i form av mer eller mindre diskreta skal. Hastighets- och intensitetsförändringar för olika linjesystem diskuteras i detalj; för detta ändamål utnyttjas även mätningar publicerade från andra observatorier. Det påpekas att radiostrålning av observerbar styrka kan tänkas uppkomma, då skal med större hastighet bromsas av tidigare utkastade skal med lägre hastighet.

Spektralfotometriska mätningar av emissionsband och absorptionslinjer har utförts. Med kännedom om novans avstånd (bestämt ur styrkan av de interstellära Ca II linjerna) har emissionsbandens intensitet uttryckts i absoluta mått. Emissionsbandens intensitetsvariationer diskuteras och jämföres med novans ljusstyrkefluktuationer. Balmerdekrementet, dvs. väteemissionernas relativa intensitet, undersökes för olika stadier i stjärnans utveckling och en jämförelse sker med de dekrement, som erhållits på teoretisk väg.

Den effektiva fotosfärens temperatur beräknades enligt metoder utvecklade av Zanstra, Stoy och Ambarzumian. De erhållna temperaturerna varierade i takt med ljusstyrkeväxlingarna, så att lägre temperatur svarade mot större ljusstyrka. De olika metoderna gav delvis skiljaktiga resultat, vilket kan förklaras som en följd av överskott av extremt ultraviolett strålning, otillräckligt optiskt djup hos det expanderande gasskalet för vissa elements vidkommande och abnormt stor intensitet för vissa band (möjligen på grund av fluorescensmekanismer).

Elektrontemperaturen i det expanderande skalet bestämdes ur de relativa intensiteterna av band från förbjudna övergångar av O I och O III.

Den effektiva fotosfärens radie vid olika tidpunkter beräknades med hjälp av ljuskurvan. Vid ljusstyrkemaximum var radien ca 150 solradier, vid tiden för de sekundära ljusutbrotten varierade radien mellan 2 solradier vid »normal» ljusstyrka och 10 solradier vid de sekundära maxima. Prenovan var en het stjärna med en radie lika med 0,2 solradier.

Tydningen av observationerna har skett i enlighet med den teori för novautbrotten, som utvecklats av McLaughlin. Det är anmärkningsvärt, att trots den abnorma ljuskurvan förlöpte novans spektrala utveckling i huvudsak på det för hastiga novor typiska sättet. Resultaten stöder åsikten, att från novorna äger en kontinuerlig utströmning av materia rum under flera månaders tid efter ljusstyrkemaximum, även om den huvudsakliga massan utkastas i form av skal eller moln. Kvantiteten materia utkastad per tidsenhet bestämmer den effektiva fotosfärens radie. Hastigheten med vilken utströmningen sker är störst, då den per tidsenhet utkastade massan är minst.

Bokanmälningar

O. G. Sutton, *Mathematics in Action*, Bell & Sons, Ltd., London 1954, Pp. 226, 16s. net.

Författaren, som är teoretisk fysiker, ger i föreliggande arbete en framställning av matematikens roll inom och för naturvetenskapen. I förordet säges, att boken skrivits i första hand för lekmannen, men för att helt kunna tillgodogöra sig dess innehåll bör man nog ha något års högskolestudier bakom sig.

I de två första kapitlen (The Mathematician and his Task och The Tools of the Trade) ges en allmän introduktion i ämnet. Med stor stilistisk elegans och med många pregnanta formuleringar visar författaren, hur dessa »meaningless marks on paper», som han benämner de matematiska symbolerna, kommit att betyda så mycket för vårt behärskande av naturen.

Så övergår författaren till att något närmare beskriva matematikens roll inom några avsnitt av fysiken. Han väljer just de områden, där han själv varit verksam. Ballistik, väderlekslära, statistik får var sitt kapitel; i två andra behandlas vågor ur olika synpunkter, resp. en del av de vanskligheter, som mött försöken att ge en matematisk teori för flygandets konst. Inte ett ögonblick glömmer dock författaren,

att det är exempel på den tillämpade matematikens betydelse det gäller. Varje kapitel ger därför ett eller flera prov på metoder eller resultat vunna med matematisk metod. T. o. m. ett annars så trist ämne som numerisk beräkning av kulbanor skildras trevligt på ett par sidor. Kapitlet om vågor presenterar bl. a. Fourierserier, lösning av partiella differentialekvationer (genom variabelseparation), egenvärdesbegreppet, problemet att sända och mottaga signaler, osäkerhetsrelationen. På tal om flygning visas, hur ett rent teoretiskt begrepp (rotationen av ett vektorfält) är av väsentlig betydelse för förståelsen av lyftkraften. När på bokens slutsidor möjligheterna till väderleksförutsägelser behandlas, får läsaren klart besked om vilken nästan oöverstiglig komplikation det innebär, att differentialekvationerna ej äro lineära. Listan skulle kunna göras mycket längre; över huvud taget förvånar man sig över hur mycket som fått rum på de endast något över 200 sidor, som boken omfattar.

På de senaste åren har det kommit ut många böcker, som velat ge en populär framställning av den rena matematiken, och ännu flera, som skildrat naturvetenskapens landvinningar. Till alla dessa utgör en bok sådan som Suttons ett lyckligt komplement. På sober och knapp prosa av bästa engelska märke påvisar den för läsaren förhållanden och sammanhang som övriga populariseringar ofta förbigår med tystnad.

Av det sagda framgår att boken är en stimulerande läsning för envar som är intresserad av fysik. Den rekommenderas!

T. Ljunggren

B. L. VAN DER WAERDEN, *Science Awakening*. P. Noordhoff Ltd., Groningen, Holland, 1954, Pp. 306, $ 5.00, 19.00 fl.

Den holländske talteoretikern B. L. van der Waerdens bok »Ontwakende Wetenschap» föreligger här i engelsk översättning. Det är ett i alla avseenden magnifikt arbete, som börjar med matematikens utveckling så långt tillbaka det just nu är möjligt att följa den genom arkeologiska fynd, som fortsätter med den geniala mutation matematiken undergick när greker övertog babyloniers och egyptiers resultat, och som slutar med nedgången efter den grandiosa kulminationen i form av Eudoxos, Arkimedes och Apollonius. Enligt anmälarens mening handlar det intressantaste avsnittet om babylonierna, som genom de senaste årens utgrävningar och tolkningar (Neugebauer, Freudenthal) framstår som förbluffande skickliga algebraiker. Det borde inte heta pythagoreiska taltrippler utan babyloniska, och det gör ett i sanning fascinerande intryck att se »Pythagoras' sats» i kilskrift på en lertavla, där $\sqrt{2}$ är angiven med 4 korrekta decimaler i sexagesimalsystemet.

Boken bygger på direkta källstudier, och som en följd av denna ovanliga arbetsmetod kan författaren t. ex. avliva den »egyptiska» triangeln, som visar sig vara Cantors finurligt uppkonstruerade förklaring till att de egyptiska »harpenodaptai» — snörspännarna — kunde lägga ut räta vinklar. I papyrusrullarna finns inga som helst vittnesbörd åt det hållet.

Det torde framgå av de ovan gjorda antydningarna att »Science Awakening» är av speciellt intresse för alla matematiklärare, och den bör också vara lämplig som premium. — Bildmaterialet är utomordentligt, liksom den typografiska utstyrseln över huvud. Till sådana förträffliga materiella ting kommer dessutom en annan, mycket sällsyntare egenskap: Likt en hägring återspeglas i detta verk något av den mytens morgonrodnad, som måste ha vilat över de århundraden, då den västerländska anden för första gången blev medveten om sina möjligheter. *Tord Hall*

J. L. Doob, *Stochastic Processes.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1953, Pp. 654, $ 10.00.

A. Blanc-Lapierre et R. Fortet, *Théorie des fonctions aléatoires.* Masson, Paris 1953, 693 p., 6500 fr.

»A stochastic process is the mathematical abstraction of an empirical process whose development is governed by probabilistic laws», lyder första meningen i Doob's bok. Definitionen rymmer ofantligt mycket. Några exempel kan ge stöd åt tanken: antalet bilar som passerar en punkt på en väg kan skrivas som en funktion $x(t)$ av tiden, där $x(t)$ antager värdet 0 eller 1. Funktionen kan under vissa förhållanden betraktas som en stokastisk process.

I andra situationer kan $x(t)$ vara antalet fibrer i tvärsnittet av en ulltråd, läget av en molekyl i en vätska eller vindstyrkan vid en meteorologisk station. Alltsedan naturvetenskapen föddes, har dylika processer analyserats med mer eller mindre intuitiva metoder. Idag söker sannolikhetsteoretikerna att infoga metoderna i ett större sammanhang och som en återtjänst ge praktikern nya analysmetoder. Spektralanalys av tidsserier må räcka som ett aktuellt exempel på sistnämnda arbete.

Det större sammanhanget börjar alltmer klarna. Det finns nu en allmän matematisk teori för stokastiska processer utarbetad av forskare såsom ryssarna Kolmogoroff och Khintchine, amerikanerna Doob och Feller, fransmannen Lévy och svensken Cramér. En redogörelse för denna teori lämnas i Doob's arbete. Denna bok är skriven för matematiker på mängdteoriens formella tungomål. Doob betraktar processerna i fågelperspektiv och är därför huvudsakligen intresserad

av allmänna satser rörande stokastisk konvergens, ergodicitet, separabilitet, gränsfördelningar, o. dyl. Ett hundratal sidor ägnas åt Markoffprocesser. I ett kapitel om författarens skötebarn, s. k. martingales, publiceras åtskilligt material för första gången.

Boken är mycket elegant avfattad men svår för den oinvigde. Teoretikern har här fått en rik källa att ösa ur.

För den som föredrager att nalkas de stokastiska processerna via de praktiska problemen ger det franska verket, skrivet av en matematiker och en fysiker gemensamt, goda tillfällen till orientering. I det stora arbetet finns teori och tillämpningar sida vid sida. Författarna tager lättare på den matematiska stringensen än Doob och begagnar gärna intuitiva resonemang. I inledande kapitel ges en ganska lättläst presentation av sannolikhetslagarna och av olika typer av processer. I fortsättningen diskuteras mycket utförligt Markoffprocesser, Poisson-processer och harmonisk analys inklusive teorien för filter.

Exemplen är hämtade huvudsakligen från fysiken (optik, elektricitetslära, mekanik). De ger läsaren goda möjligheter att konkretisera innebörden av de allmänna satserna. Två intressanta tillämpningar behandlas i avslutande kapitel, nämligen problem rörande brus och turbulens.

Det franska arbetet kan läsas av var och en som förutom tvåbetygsmatematik kan Fourier-serier och litet mängdteori. Fysikalisk orientering är också önskvärd.

Efter studiet av de båda volymerna konstaterar läsaren: Det är tydligt att den allmänna strukturen hos processerna nu är känd och att en och annan speciell modell har konstruerats, som täcker viktiga praktiska tillämpningar. Men ännu är en huvudfråga till stor del olöst: hur skall modellerna prövas på tillgängliga empiriska material? Behovet av en stickprovsteori för stokastiska processer gör sig för närvarande starkt gällande. Här finns stora vita fläckar på den stokastiska kartan, idealiska som tummelplatser för sannolikhetsforskare och statistiker.

Gunnar Blom

Paul Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires.* Gauthier-Villars, Paris 1954, 385 p., 4500 fr.

Professor Lévy's kända bok från 1937 har utkommit i en ny i stort sett oförändrad upplaga. I ett tillägg behandlas några nyare resultat rörande den svaga och den starka lagen för de stora talen. Vidare ges en intressant kommentar till Doob's ovan anmälda arbete.

Gunnar Blom

Guido Hoheisel, *Partielle Differentialgleichungen.* Sammlung Göschen Bd 1003. Dritte, neubearbeitete Auflage, Walter de Gruyter & Co., Berlin 1953. 130 S., DM 2.40.

Detta är en ny (och i förhållande till den ursprungliga något förkortad) upplaga av en välkänd framställning av den klassiska teorin för partiella differentialekvationer.

I första avsnittet introduceras några av de grundläggande begreppen i samband med behandlingen av första ordningens ekvationer med två oberoende variabler. Teorin utsträckes så till n oberoende variabler, och vägen till ekvationer av högre ordning går över system av ekvationer av första ordningen. I slutkapitlet om ekvationer av andra ordningen med två variabler finns bl. a. avsnitt om randvärdesproblem vid hyperboliska ekvationer och om användning av Fourierintegraler vid ekvationer med konstanta koefficienter. *Tord Ganelius*

A. Denjoy, *Mémoire sur la derivation et son calcul inverse,* Gauthier-Villars, Paris 1954, 379 p., 2700 fr.

Detta är ett i bokform utgivet nytryck (fotografiskt) av de tre viktigaste av Denjoy's fundamentala, klassiska och fortfarande aktuella arbeten om derivation och integration av reella funktioner. Dessa artiklars stora betydelse är alltför välbekant för att ytterligare behöva poängteras. *Hans Rådström*

Colloque sur les fonctions de plusieurs variables, tenu à Bruxelles du 11 au 14 mars 1953. Centre Belge de Recherches Mathématiques, Georges Thone, Liège, Masson & Cie, Paris, 1953, 157 p., 1800 fr. français.

Tio föredrag av lika många framstående forskare inom teorien för analytiska funktioner av flera variabler rörande aktuella problem från detta område. Av intresse huvudsakligen för experter. Föredragshållarna: H. Behnke, S. Bergman, H. Cartan, P. Lelong, E. Martinelli, P. Roquette, W. Saxer, J.-P. Serre, F. Severi, K. Stein.

Hans Rådström

E. S. Pearson and H. O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians,* Vol. I. Cambridge University Press 1954, Pp. 238, 25s.

I den engelska statistiska tidskriften Biometrika har under de senaste femton åren ett stort antal statistiska tabeller publicerats, vilka bär vittne om den matematiska statistikens landvinningar. De viktigaste av dessa har tillsammans med de ännu gångbara delarna av Karl Pearson's Tables for Statisticians and Biometricians sammanförts till ett tabellverk, vars första del nu utkommit.

Arbetet är av mycket hög klass, teoretiskt, tabelltekniskt och typografiskt, och är ett självklart hjälpmedel för varje statistiker med matematisk inriktning. Den med utomordentlig omsorg utarbetade inledningen på 100 stora sidor innehåller värdefulla praktiska exempel hämtade bl. a. från kvalitetskontrollområdet.

Priset på tabellen är överraskande lågt. *Gunnar Blom*

G. Bruhat, *Optique*, 4e édition, revue par A. Kastler. Masson & Cie, Paris 1954, 906 p., 3000 fr.

För franska licentiatstuderande är Bruhats Cours de physique générale i fyra delar en mycket välkänd lärobok. Särskilt gäller detta kanske optikdelen, vilken präglas av den stora förtrogenhet med den fysikaliska optiken som professor Bruhat ägde på grund av egna arbeten. Bruhats öde är fyllt av samma tragik som många andras under den epok, då världen skulle räddas med nya metoder: Gestapo förde honom till koncentrationsläger, där han avled.

Vid utarbetandet av den föreliggande nya upplagan av optiken ha två mycket goda forskare medverkat, nämligen Kastler, tidigare medarbetare till Bruhat, och Jacquinot. De ha sörjt för att boken kompletterats med åtskilliga av de nya framstegen inom optiken. Man finner nu bl. a. de tunna hinnornas optik, faskontrastprincipen och liknande metoder, nyare diffraktionsberäkningar samt ett värdefullt avsnitt om spektroskopin för korta vågor.

Bokens uppläggning är strängt och klart teoretisk. Efter en kort översikt av den geometriska optikens satser ger den i logisk följd vågutbredningslagarna samt interferens- och diffraktionsläran. Inalles ca 300 sidor äro ägnade vågoptiken vid isotropa och anisotropa ämnen, alltså en mycket fullständig behandling av de elektromagnetiska optiska lagarna. Det sista, ungefär lika stora avsnittet, omfattar spektroskopin, även för röntgen, samt tillhörande atom- och molekylsystematik.

De experimentella anordningarna återges i sitt sammanhang, så knappt och schematiskt som arbetets logiska karaktär anvisar. I detta avseende avviker framställningen väsentligt från den man finner i många arbeten, som främst ta sikte på apparatur och experimentella framsteg men ofta beträffande grunderna äro alltför knapphändiga eller rent av ofullständiga på ett missvisande sätt.

Det må framhållas, att boken innehåller mycket värdefullt stoff, därav åtskilligt, som man inte lätt hittar i andra framställningar. Särskilt är detta fallet med polarisationsoptiken. Den ägnar sig därför väl som uppslagsbok inom den teoretiska fysikaliska optiken liksom för avancerade studier på området. *Erik Ingelstam*

H. E. Huntley, *Nuclear Species.* London, MacMillan & Co. Ltd, New York, St Martin's Press 1954, Pp. XIX+193, 21s.

En bok avsedd att utgöra en inledning till kärnfysiken är i våra dagar antingen diger eller, om den är liten, ytlig. För att undvika sådana olägenheter har författaren, som är professor i fysik vid University College of the Gold Coast, begränsat innehållet till en översikt av de olika atomkärnorna och därvid betraktat endast de egenskaper, som hava relation till kärnornas massa och bindningsenergi. De olika kapitlen behandla nukleidernas storlek, isotoper, de stabila kärnornas förekomst, de aktiva kärnornas aktivitet och placering i ZN-diagrammet, empiriska regler, massdefekt, bindningsenergi, isobarer, massekvationen, energinivåer, isomerer, magiska tal och slutligen elementens ursprung. De olika metoderna för precisionsbestämning av massor beskrivas. Boken är väl illustrerad och försedd med ett antal tabeller, bl. a. över samtliga stabila elements isotoper, förekomst, massa och atomvikt. Matematiska formler undvikas, men framställningen kan dock ej betecknas såsom populärvetenskaplig. Arbetet är främst avsett för akademiska nybörjare inom fysikens och kemins domäner, men torde även vara av intresse för mera avancerade akademiker och lärare. *Hilding Slätis*

Harold P. Klug and Leroy E. Alexander, *X-Ray Diffraction Procedures for Polycrystalline and Amorphous Materials.* Wiley, New York, Chapman & Hall, London, 1954, Pp. xiii+716, $ 15.00.

Den röntgenkristallografiska pulvermetoden innebär, att man registrerar, fotografiskt eller på annat sätt, de interferenser, som alstras då ett monokromatiskt röntgenstrålknippe träffar ett pulverpreparat, dvs. ett preparat, som består av ett stort antal, regellöst ordnade små kristallkorn. Metoden infördes under tiden för det första världskriget av Debye och Scherrer i Tyskland och av Hull i Förenta Staterna. I en uppsats 1919 sammanfattar den sistnämnde på ungefär följande sätt de egenskaper hos pulvermetoden, som gör den lämpad för användning inom kemisk analys: 1) Varje kemisk förening i kristalliserad form ger ett karakteristiskt pulverfotogram. 2) Varje ämne i en blandning ger sitt interferensmönster oberoende av övriga komponenter i blandningen. 3) Pulverfotogrammet av en blandning av flera substanser kan därför ge upplysning om hur de i preparatet ingående grundämnena är kombinerade till kemiska föreningar. 4) Metoden tarvar endast helt små substansmängder. 5) Den kan utvecklas till en kvantitativ analysmetod. — Det är uppenbart att pulvermetoden erbjuder ett utomordentligt användbart redskap vid lösandet av en mångfald analytiska problem.

Föreliggande bok, vars författare är verksamma vid Mellon Institute i Pittsburgh, ger en utmärkt sammanställning av pulvermetodikens teori och tillämpningar. Efter inledande kapitel, som behandlar elementär kristallografi, röntgenstrålningens framställning och egenskaper samt de grundläggande principerna för röntgenstrålarnas diffraktion följer utförliga redogörelser för den fotografiska och spektrometriska pulvertekniken. Här skulle man ha önskat en mindre styvmoderlig behandling av Guiniermetoden, som dock tycks ha svårt att slå igenom i Amerika. Å andra sidan bjuds man här en ypperlig redogörelse för Geigerspektrometern, som i fråga om utförlighet (115 sidor) torde sakna motstycke i den tidigare litteraturen. Tolkningen av pulverfotogram och dessas användning för kvalitativ och kvantitativ analys och för bestämning av gitterdimensioner samt för uppskattning av kristallstorlek behandlas likaså utförligt. I de sista kapitlen redogöres för studium av spänningar i metaller och gynnad orientering samt undersökning av ofullständigt kristalliserade ämnen och slutligen »small-angle scattering». Det ger kanske en uppfattning om framställningens fullständighet om det nämnes, att bokens appendix bl. a. upptar ett förslag till inredning och utrustning av ett röntgenlaboratorium.

Det höga priset till trots uppmanas envar, som har intresse för pulvermetodiken och dess tillämpningar, att skaffa sig denna bok, som förefaller att ha alla förutsättningar att bli ett standardverk i sitt fack. *Arne Magnéli*

H. Alfvén, *On the Origin of the Solar System,* Oxford University Press, 1954, Pp. 194, 30s.

Det har redan tidigare erinrats om (se Elementa 34 (1951) sid. 57—58) hur den klassiska celesta mekaniken slår slint, när det gäller att beräkna banorna för elektriskt laddade partiklar, som röra sig i rymden under påverkan av magnetfält, elektriska fält och gravitationsfält. Större aggregat (såsom solar och planeter) röna en så obetydlig inverkan av elektriska och magnetiska krafter, att Newton har rätt i första approximationen. Men om nu en joniserad gasmassa eller ett stoftmoln med laddade partiklar virvlar fram, — ja, då stå både Newton och Laplace hjälplösa. Här kommer Alfvén till undsättning med moderna vapen och räddar situationen på basis av elektronikens och atomfysikens (numera) goda resurser. Han förklarar solsystemets utveckling till vad det är och detta på basis av enkla antaganden om en joniserad gasmassas kondensation till ett solsystem. Beroende på atomernas olika jonisationspotentialer får han fram de kända typerna av planeter och månar. Han behöver egentligen bara ett magnetfält kring centralkroppen till att börja med, sedan går resten av sig själv,

och han behandlar med säker hand bildningen av Saturnus' ringsystem, småplaneterna, den interstellära materien och mycket annat. Till och med den gamla säregna »Titius-Bodes lag» faller som en mogen frukt i Alfvéns händer, fastän han modest medger, att »most cosmogonic theories have been able to satisfy this demand».

Det framgår som en from önskan för forskningen att skaffa exakta uppgifter om de elektriska och magnetiska fältens storlek och riktning i rymden, ävensom den kemiska sammansättningen av åtminstone de stora planeterna. Därmed vore mycket vunnet och man skulle förmodligen kunna definitivt bekräfta Alfvéns skarpsinniga kalkyler.

J. Tandberg

A. S. Levens, *Graphics in Engineering and Science.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 696, $ 7.00.

Förf., som är professor i Engineering Design vid University of California, anger i sitt förord, att boken tillkommit i syfte att intressera de blivande ingenjörerna för grafiska metoder och grafisk framställning. Dessa begrepp, som han sammanfattar under »Graphics», ger han en mycket stor räckvidd och menar, att i desamma ingår projektionslära, praktisk ritteknik, kunskap om godtagna symboler och beteckningar samt genomförd standardisering, grafiska metoder för lösning av jämviktsproblem, grafisk matematik med nomografi, derivering och integrering på grafisk väg, areaberäkningar, grafisk behandling av försöksresultat etc.

Självfallet kräver allt detta ett avsevärt sidantal, då det framlägges i ett enda verk, och man kan naturligtvis ifrågasätta lämpligheten av att låta en lärobok omfatta så många till arten ganska olika kapitel. Man märker dock, att förf. är väl förtrogen med sitt stora ämne, som han delar upp i de tre huvudkapitlen projektionslära, ritteknik och grafiska beräkningsmetoder. Ett fjärde kapitel utgöres av ett stort antal bilagor med hjälpdata, standardtabeller, beräkningsnormer o. d. Varje kapitel omfattar ca 175 sidor.

De båda första kapitlen ger begrepp om vad den amerikanske studenten med teknisk studieinriktning har att lära sig i ämnena projektionslära och ritteknik. Man konstaterar, att praxis i USA alltjämt starkt avviker från europeisk och från vår synpunkt ofta förefaller gammalmodig. Förf:s annars goda och lediga framställning torde därför för oss ha värde mest för jämförelser. Det mera matematiskt betonade tredje kapitlet erbjuder emellertid mera av intresse för icke-amerikanska läsare. Här återfinns bl. a. ett stort antal genomräknade, aktuella och intressanta exempel, som behandlar olikartade tekniska problem och i många fall påtagligt visar de grafiska metodernas fördelar.

Bokens förnämliga utstyrsel, dess goda bildmaterial och måttliga pris är värt erkännande. Man delar gärna förf:s förhoppningar, att boken skall väcka den unge ingenjörens intresse och få honom att värdera de grafiska metoderna, »so that he can use a powerful mode of expression in analyzing and solving problems that arise in the fields of design, development and research». *Elis Dahlin*

A. E. Green and W. Zerna, *Theoretical Elasticity*, Clarendon Press, Oxford 1954, Pp. 442, 50s. net.

Författarna till denna bok har enligt förordet medvetet brutit mot det traditionella framställningssättet och utelämnat delar av elasticitetsteorien som vanligen brukar ingå i böcker med liknande titel. Härigenom har de fått en möjlighet att ta upp till behandling aktuella områden som vanligen måste utelämnas i böcker av detta omfång.

De tre specialområden som författarna särskilt intresserat sig för är ändliga deformationer, tillämpning av funktionsteoretiska metoder vid tvådimensionella problem samt skalteorien i dess klassiska form med antagande av små deformationer. Härutöver behandlas också i begränsad utsträckning tredimensionella problem, t. ex. kroppars kontakt för isotropa och även för vissa anisotropa material.

Framställningen måste med naturnödvändighet bli höggradigt matematisk men har i referentens smak belastats med väl mycket tensorsymbolik. Det inledande avsnittet om tensorkalkyl och andra matematiska grunder har blivit så kortfattat att det knappast kan göra tjänst vid ett första inträngande i ämnet för den som besitter matematiska förkunskaper motsvarande en tvåbetygskurs i fil. kand.-examen.

Boken kan rekommenderas till dem som vill bekanta sig med den nyare utvecklingen på området. Vackert tryckt och förnämligt utstyrd bringar den i enhetlig form en myckenhet nytt material som förut ej varit tillgängligt annat än i spridda tidskriftsartiklar. Skada blott att lösningarna mera sällan drives så långt som till numeriska och tekniskt eller fysikaliskt intressanta resultat. Jämförelse med experimentella resultat ges blott undantagsvis. Den citerade litteraturen synes vara rätt godtyckligt vald. Referenten saknar exempelvis Gustaf Lundbergs grundläggande undersökningar inom teorin för kroppars kontakt. På skalteoridelen verkar urvalet kanske än mer tillfälligt i det att viktiga, delvis tjuguåriga arbeten av L. H. Donnell, Aas-Jacobsen, N. J. Hoff m. fl. helt lyser med sin frånvaro till förmån för andra antingen föråldrade eller ännu oprövade. Författarna nöjer sig med allmänna hänvisningar till kända monografier på området. Skalteoridelen gör på referenten det svagaste intrycket av bokens olika delar.

Folke K. G. Odqvist

PUCHSTEIN/LLOYD/CONRAD, *Alternating-Current Machines*, 3:d Ed. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 721, $ 8.50.

Boken utkom i en första upplaga år 1936 och i en andra omarbetad upplaga år 1942. Föreliggande tredje upplaga är avsevärt utvidgad och moderniserad. Författarna representera tillsammans en omfattande teoretisk, praktisk och pedagogisk erfarenhet på området. Puchstein och Lloyd, vilka båda tidigare varit lärare i elektroteknik vid ett par amerikanska högskolor, äro sedan många år tillbaka verksamma inom den elektrotekniska industrin. Conrad är sedan år 1928 professor i elektroteknik vid Yale University i USA.

Först behandlas transformatorer (grundsamband, ekvivalenta strömkretsar, krafttransformatorer, paralleldrift, speciella transformatorer, mättransformatorer, flerfaskopplingar etc.) och synkrongeneratorer (grundsamband, lindningar, ankarreaktion. reaktansteori, två-fältsteori, transienta förlopp etc.). Därefter följer några kapitel om asynkronmotorer (flerfasmotorer och enfasmotorer, grundsamband, ekvivalenta strömkretsar, cirkeldiagram, hastighetsreglering etc.), synkronmotorer (matematisk analys av motordriften, grafiska metoder, stabilitet och pendlingar etc.) samt paralleldrift mellan synkrongeneratorer. De sista kapitlen behandlar ganska utförligt speciella maskiner (enankaromformare, Hg-likriktare, enfas kommutatormotorer, repulsionsmotorer etc.). Boken avslutas med ett antal räkneuppgifter (utan facit) på varje maskintyp.

Boken torde närmast vara avsedd som lärobok i växelströmsmaskiner för blivande elektroingenjörer på högskolestadiet. Huvudvikten är lagd på maskinernas byggnad, driftsegenskaper, provning och speciella driftproblem. Förf. gräver därför ej ned sig i några ovidkommande och förvillande konstruktionsdetaljer utan håller sig strikt till väsentligheterna. Den matematiska behandlingen sker uteslutande med den komplexa metoden. Vissa avsnitt äro ganska avancerade matematiskt, t. ex. paralleldrift av transformatorer, pendlingar och stabilitet hos synkronmaskiner. Tyvärr användes ej MKSA-systemet, vilket är en nackdel hos denna annars så utmärkta bok. Vidare måste läsaren se upp med olikheter mellan svensk (europeisk) och amerikansk standard i övrigt. Speciellt gäller detta beräkning av järnförlusterna, definition av proc. spänningsfall, bestämning av synkronmaskiners belastningsmagnetisering etc. Vad man saknar är något om trefas kommutatormotorer och transduktorer.

Boken kan med verklig behållning läsas av alla elkrafttekniker och kan rekommenderas till tekniska högskolor, tekniska läroverk, kraftföretag och tillverkare. Utstyrseln är mycket trevlig, trycket av hög kvalitet och bilderna tydliga och instruktiva. *Egon Nilsson*

A. K. Doolittle, *The Technology of Solvents and Plasticizers.* J. Wiley & Sons. New York 1954, Pp. 1056, $ 18:50.

Föreliggande verk är mycket innehållsrikt. Författaren, specialist på området, är knuten till ett av de stora kemiska världsföretagen, »Carbide and Carbon Corporation», och det deklareras, att royalties från boken »will be donated to the American Chemical Society for the advancement of the profession of chemistry». Sådan glättig generositet möter man blott allt för sällan. Den passar i stilen väl samman med att den mängd data och diagram, som boken bjuder på, till stor del är förut opublicerat material. Det är hämtat direkt från den stora, rika kemiska koncernens väldiga arkiv av egna laboratorieprotokoll och interna rapporter. Tänk, om detta kunde leda till efterföljd! Vilken härlig islossning!

Boken vänder sig närmast som rådgivare åt alla, som tekniskt syssla med lösningsmedel och mjukningsmedel i samband med plaster, färger, textilier, klister och annat. Alla viktiga data finnas angivna, som beröra kokpunkt, ångtryck, blandbarhet, täthet, giftighet, löslighet, viskositet och mera sådant.

Författarens namn bildar en nästan komisk kontrast till det jätteарbete, som han har presterat, änskönt han måste hava haft hjälp av en skara assistenter. Boken är en kombinerad lärobok och uppslagsbok av stort värde såväl för tekniker som för rena vetenskapare. Måtte den följas av flera liknande på andra områden! Det finnes många stora koncerner både i Amerika och annorstädes, som skulle ha råd att bestå sig nöjet att bjuda världen på nya och färska fakta inom kemi och fysik och berätta något om vad som onödigtvis döljes i deras otaliga laboratorieprotokoll. *J. Tandberg*

G. S. Whitby, *Synthetic Rubber.* John Wiley & Sons, Inc., New York, Chapman & Hall, Ltd, London, 1954. Pp. 1044, $ 18.00.

Boken har tillkommit på initiativ av The Division of Rubber Chemistry of the American Chemical Society. Som chefredaktör har fungerat professorn i gummikemi och direktören för gummiforskningen vid University of Akron. Medredaktörer äro de kända gummispecialisterna C. C. Davis, som bl. a. svarar för gummisektionen i Chemical Abstracts, och R. F. Dunbrook, biträdande chef för forskningen hos the Fireston Tire and Rubber Company. Dessutom ha ytterligare 35 auktoriteter inom olika områden av gummikemi och gummiteknik medverkat.

I boken lämnas en omfattande och auktoritativ redogörelse för utvecklingsarbetet inom det syntetiska gummiområdet, främst i USA och Canada. Tack vare ett intensivt forskningsarbete och insättandet av

oerhörda industriella resurser kunde tillverkningskapaciteten av syntetiskt gummi i dessa länder stegras från några tusen ton per år 1941 till omkring trekvartsmiljon ton vid krigets slut och 1951 till nära 1 milj. ton av enbart GR-S-gummi, dvs. butadien-styrenpolymeren. Under efterkrigsåren har utvecklingsarbetet även resulterat i avsevärda förbättringar av redan producerade gummityper genom övergång till vid låg temperatur användbara polymerisationskatalysatorer samt i ett flertal helt nya gummityper.

Efter ett par inledande och historiska avsnitt behandlas framställningen av för GR-S-fabrikationen erforderliga monomerer, nämligen butadien och styren. Av stort intresse äro avsnitten om GR-S-gummits tekniska tillverkning och om emulsionspolymerisation. Rätt stort utrymme ägnas åt GR-S-gummits egenskaper, förarbetning, provning och användningsområden av särskilt intresse för inom gummiindustrien arbetande kemister och tekniker. Efter redogörelse för några GR-S-artade material och omvandlingsprodukter behandlas i flera avsnitt övriga gummimaterial såsom neopren-, akrylnitril-, butyl- och polysulfidgummi samt några nyare produkter såsom silikon- och polyestergummi. Dessa gummityper ha dock fått ett betydligt mindre utrymme än de i produktionsvolym dominerande GR-S-produkterna. Cirka 50 sidor ägnas åt utvecklingsarbetet i Tyskland.

Boken, som innehåller ett mycket stort antal litteraturreferenser, måste ej blott anses som ett värdefullt uppslagsverk utan även som en intressant lektyr för den som önskar en allsidig bild av utvecklingen inom det syntetiska gummiområdet. Boken synes väl värd sitt pris. *Bertil Groth*

P. G. Laurson and W. J. Cox, *Mechanics of Materials.* 3rd Ed., John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 414, $ 5.00.

Föreliggande bok, som utkom i sin första upplaga 1938 och hunnit förvärva ett gott anseende i engelsktalande länder, är avsedd som en grundkurs i hållfasthetslära vid amerikanska universitet att genomgås under högst ett läsår. Bokens innehåll omfattar obetydligt mera än den kurs, som vid de tekniska läroverken i Sverige i bästa fall hinnes med av den statiska hållfasthetsläran. Förutom de vanliga kapitlen om dragning, tryck, vridning, böjning, avknäckning etc. innehåller boken ett tämligen kortfattat avsnitt och spänningskoncentrationer, men så gott som ingenting av det för maskinbyggare så viktiga kapitlet »Utmattning». Förhållandet sammanhänger givetvis med att förf:a är statiker och specialister på stål- och betongkonstruktioner mera än på maskiner.

Detta hindrar dock ej, att verket är värdefullt för blivande ingen-

jörer av alla kategorier. I flera avseenden har det påtagliga förtjänster. Framställningen är utförlig och mycket lättfattlig. Även de svårare kapitlen om knäckning, sammansatta spänningar, brotthypoteser och statiskt obestämda belastningsfall är behandlade så, att man ganska lätt kan tillgodogöra sig innehållet. Ett stort antal figurer förtydligar framställningen. Av exempel finns dels genomräknade sådana och dels övningsexempel i lagom svårighetsgrad och i lämpligt antal. De är i många fall hämtade från praktiken och formulerade så, att de har en viss aktualitet och väcker intresse hos läsaren. Exempelvis finns övningsuppgifter, som behandlar bärkablarna vid Golden Gate hängbron, stålkonstruktioner för Empire State Building, betongbehållare vid Shasta Dam, turbinaxlar för kraftverket vid Boulder Dam samt byggnadskonstruktioner och maskindetaljer för andra välkända jätteanläggningar.

Studerande vid såväl tekniska läroverk som tekniska högskolor samt de, som vill förkovra sig på egen hand, skall finna åtskilligt av värde i denna bok. Förutsättningen härför torde i första hand vara en någorlunda god bekantskap med det engelska språket och i andra hand vissa kunskaper i mekanik och matematik. Differential- och integralkalkyl tillämpas i ringa utsträckning och aldrig i någon besvärlig form. *Elis Dahlin*

Tore Knöös, *Kemi för allmänna linjen.* A. V. Carlsons Bokförlag, Stockholm 1954, 176 s., kr. 6: 35.

Föreliggande lärobok i kemi för allmänna linjen ägnar omkring 60 sidor åt icke-metallernas kemi jämte viktigare teorier och lagar, 47 sidor åt metallernas kemi och 55 sidor åt den organiska kemien. Den föreskrivna kortfattade översikten av grundämnenas periodiska system inför förf. redan på andra textsidan och tvingas härigenom att hänvisa till vad som längre fram kommer att behandlas. Eleven saknar vid denna läsning all experimentell grund för förståelsen av systemets benämning. På sidan 12 fastslår förf. kategoriskt, att »kristallerna är uppbyggda av joner». På följande sida är han benägen utbyta ordet *molekylvikt* mot det enligt hans mening riktigare *föreningsvikt*, något som måste anses ytterst olämpligt med tanke på den vedertagna betydelsen av sistnämnda ord. En utredning av pH-begreppet (sid. 64) utmynnar i den egendomliga slutsatsen(!): »pH-värdet kan alltså icke överstiga 14». Sid. 67 låter förf. ordet *titer* vara liktydigt med den lösning, vars halt är bekant, dvs. vars titer man känner. För beredning av titrerlösningen bör man enl. förf. helst väga »med en noggrannhet på tusendels gram». Vägningen bör väl ändock bedömas med hänsyn till den erforderliga mängden substans. Behand-

lingen av cellulosa med konc. svavelsyra resulterar enl. förf. i bildningen av stärkelse (Försök, sid. 157). Språkliga nybildningar av typen *jonsträvan* (joniseringstendens), *jonvärde* (summan av de i jonen ingående atomernas valenstal), *sammansättningsformel* (empirisk formel), *föreningsformel* etc. inge betänkligheter. I åtskilliga sammanhang, som här ej skola exemplifieras, önskar man sig en något klarare språklig utformning av det, som förf. vill ha sagt.

Det här anförda är ett axplock ur anteckningar av sådant, som man skulle önska avlägsnat eller ändrat i denna lärbok, vars förtjänster ligga i en redig uppställning, ett väl sovrat lärostoff och ett utmärkt bildmaterial. *S. Säverborn*

Th. Sundorph, *Astronomi.* Fysik III for realklassen. 10. udg. ved F. Hjerting. Gyldendals Boghandel, Nordisk Forlag, København 1954, 42 s., dkr. 4: 85.

A. Gjelsvik, *Matematisk geografi.* Damm & Søn, Oslo 1954, 128 s., nkr. 7: 75.

Uppläggningen av Sundorphs bok för realskolan är inte den man möter i motsvarande svenska böcker. Hur tiden mätes tas överhuvud ej upp till behandling och ej heller några koordinatsystem.

Boken är mycket lättläst och dessutom skriven på ett synnerligen fängslande sätt. Möjligen skulle man kanske kunna säga att kapitlen hänger litet löst samman. — Efter behandlingen av de astronomiska instrumenten — även radioteleskopet beskrives — följer kapitel om solen, stjärnorna och stjärnsystemen. Sist behandlas månen och planeterna.

Förf. använder i likhet med de flesta skolboksförfattare benämningen *fixstjärna*. Enligt anmälarens mening bör det räcka med enbart *stjärna*. Astronomerna använder numera den förra benämningen endast i historiska sammanhang.

I förlagsreklamen till Gjelsviks bok påpekas, att bokens titel lika väl kunnat vara *Astronomi* i st. f. *Matematisk geografi*, som emellertid är den i Norge hävdvunna benämningen på detta skolämne. Boken är en omarbetning av den år 1940 av Rosseland utgivna »Jorda og universet».

Uppläggningen överensstämmer med den som förekommer i svenska läroböcker i astronomi, men framställningen är betydligt grundligare. »Tiden» behandlas utförligt och likaså olika slag av koordinatsystem. Man möter även en beskrivning av aberration och precession, som inte förekommer i svenska läroböcker. Olika slag av kartprojektioner behandlas även, men detta geografiska inslag upptar endast fem sidor.

Av bokens 128 sidor omfattar de 85 första gymnasiekursen i astronomi. De övriga innehåller de viktigaste framstegen inom

astronomien efter Newton. En god framställning ges här av stjärnorna och deras byggnad, och läsaren får även ta del av vår nutida uppfattning av universum. Allt sådant som i hög grad intresserar modern ungdom.

Sedd från svensk synpunkt är den danska boken för kortfattad, den norska för omfattande. Men båda böckerna har mycket att ge en svensk lärare. *C-G Danver*

G. E. Ewing, *Instrumental Methods of Chemical Analysis.* McGraw-Hill, New York 1954, Pp. 434, $ 6.50.

Prof. Ludwig Ramberg höll år 1927 ett då mycket uppmärksammat föredrag om Sveriges offentliga kemiska undersökningsväsen. Han frammanade då bilden av den gamle hederlige analytikern från slutet av förra århundradet och jämförde honom med tip-top-analytikern »från i dag». »Den förres nära nog enda precisionsverktyg var vågen, hans övriga attribut tratten med dess pappersfilter, degeln och byretten.» Avsikten med föredraget var att belysa den kemiska analysens snabba utveckling för att mot denna bakgrund visa, att det analytiska arbetet måste uppskattas på ett helt annat sätt än dittills.

Den tid som gått sedan Ramberg slog detta slag för den kvalificerade analytikerns rätt till samma sociala och ekonomiska ställning som t. ex. läkaren och juristen, har kännetecknats av en oerhörd frammarsch just inom de områden, som för mer än trettio år sedan börjat bearbetas. I Ewings eleganta bok får man en utförlig och instruktiv beskrivning av dagens analysmetoder: polarografi, infrarödabsorption, massspektrometri, radioaktiva mätningar, jonbyte osv. De matematiska förutsättningarna ges med berömvärd korthet. Utmärkta »tredimensionella» teckningar, som klargöra byggnad och funktion hos invecklade apparater, kunna särskilt framhållas. Boken ger slutligen förslag till laborationsuppgifter. *Bertil Englund*

Esmarch Gilreath, *Qualitative Analysis Using Semimicro Methods.* McGraw-Hill Book Co., New York 1954, Pp. 287, kr. 23:80.

Denna typografiskt tilltalande bok av den amerikanske universitetsprofessorn är närmast avsedd som lärobok vid akademisk enterminskurs. Huvuddelen utgör en grundlig teoretisk behandling av atomkrafter, lösningar, jämvikt, jonisation, löslighetsprodukt, hydrolys, komplexa joner, kolloider, oxidation och reduktion. Den experimentella delen behandlar de fem vanliga grupperna katjoner och de fem grupperna anjoner, varvid i senare fallet en ny och systematisk metod införes. Varje grupp genomgås omsorgsfullt med hänsyn till teori, utförande och reaktioner. Slutligen ges en sammanfattning av

analysgången vid en del speciella fall, förslag till analysuppgifter samt reagensberedning och apparatur.

Framställningen är pedagogiskt mästerlig — ej minst med avseende på de väl genomarbetade räkneexemplen och de rikliga intresseväckande frågorna som avsluta varje kapitel — viktiga fakta inprän-tas upprepade gånger, och hela framförandet står på exakt och klar vetenskaplig nivå.

Den gamla kokboksaktiga analysgången, som numera torde vara helt försvunnen från akademisk undervisning, har under de senaste åren börjat även vid några av våra högre skolor utbytas mot den fastare, teoretiskt mer givande och pedagogiskt mer fostrande halvmikrometoden, i det långa loppet även billigare än den gamla. Som stimulerande handbok vid denna undervisning i läroverken kan föreliggande arbete varmt rekommenderas.

En gymnasielärare som söker tillförlitliga fakta och pedagogisk klarhet vid sin undervisning i oorganisk kemi finner här svar på många frågor, som vetgiriga elever kunna framställa och som kanske eljest ej alltid äro så lätta att korrekt utreda. *E. Nordefeldt*

C. H. Gibbs-Smith, *A History of Flying.* Batsford, London 1953, Pp. 304, 21 s. net.

Den rikliga förekomsten av flygande varelser och flygsymboler i myter, religionsurkunder, sagor och diktning, den spända förväntan, varmed otaliga såväl fantasters som seriösa uppfinnares flygförsök följts under luftfartens flertusenåriga förhistoria, ballongepokens begeistring och de sentida interplanetarikernas strävanden tyder på att flygaspirationen har djupa rötter i människans väsen.

A History of Flying inleder med uråldriga legender, behandlar utförligt tiden fram till 1914 och summariskt den därefter följande hektiska utvecklingen och slutar med utblick mot överljudfartens tid, som redan är inne, och den interplanetariska epoken, som synes vara nära.

Boken är en lärd bok, späckad med fakta om människor, projekt och händelser, en fascinerande bok och som alla Batsfordböcker en vacker bok.

Författaren är till yrket museiman, avdelningschef vid Victoria and Albert Museum och föreståndare för Wellington Museum. Under andra världskriget kom han att tjänstgöra bl. a. inom luftbevakningen och blev den främste engelske experten på flygplansidentifiering, som förutsätter liksom musealt arbete högt utvecklat sinne för detaljer; han skriver fortfarande regelbundet i den officiella instruktionstidskriften Joint-Services Recognition Journal. Som luftfartshistoriker är han erkänd auktoritet. Hans produktion i övrigt är omfattande och mycket mångsidig. *Torsten Jönsson*

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, London 1955:

O. Blackwood / Th. Osgood / A. Ruark, *An Outline of Atomic Physics.* 3rd Ed. Pp. 501, $ 7.50.

Ch. H. Bachman, *Physics.* A Descriptive Interpretation. Pp. 497, $ 5.50.

G. W. Vinal, *Storage Batteries.* 4th Ed. Pp. 446, $ 10.00.

M. E. Rose, *Multiple Fields.* Pp. 99, $ 4.95.

J. R. Schultz / A. B. Cleavans, *Geology in Engineering.* Pp. 592, $ 8.75.

Mills / Hayward / Rader, *Materials of Construction.* 6th Ed. Pp. 650, $ 7.50.

H. W. Reddick / F. H. Miller, *Advanced Mathematics for Engineers.* 3rd Ed. by F. H. Miller. Pp. 548, $ 6.50.

Abstracts of Literature on Semiconductory and Luminescent Materials and their Applications. Compiled by Battelle Memorial Inst. Pp. 169, $ 5.00.

Higher Transcendent Functions, Vol. III, based on notes left by H. Bateman. Prepared at the California Inst. of Technology. McGraw-Hill Book Co., New York, Toronto, London 1955. Pp. 292, 49s. net.

H. T. Openshaw, *A Laboratory Manual of Qualitative Organic Analysis.* 3rd Ed. Cambridge Univ. Press, Pp. 92, 10s. 6d. net.

Luminiscence. A Symposium at the Cavendish Laboratory, 7—10 April 1954. Bristol Journ. of Applied Physics. Suppl. No. 4. The Institute of Physics, London 1955, Pp. 120, 25s. net.

V. Thébault, *Géométrie dans l'espace* (Géométrie du tétraèdre). Librairie Vuibert, Paris 1955, 286 p., 2000 fr.

M. d'Ocagne, *Histoire abrégée des sciences mathématiques.* Ouvrage recuilli et achevé par R. Dugas. Librairie Vuibert, Paris 1955, 404 p., 1350 fr.

A. Lichnerowicz, *Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme.* Masson & Cie, Paris 1955, 298 p., Cartonné 2800 fr.

P. Morand, *Aux confins de la vie.* Perspectives sur la biologie des virus, Masson & Cie, Paris 1955, 172 p., 850 fr.

G. Julia, *Cours de géométrie infinitésimale.* Quatrième fasc.; Cinématique et géometrie cinématique. Gauthier-Villars, Paris 1955, 88 p., 1600 fr.

G. Heilbronn, *Intégration des équations aux dérivées partielles du seconde ordre par la méthode de Dirac.* Gauthier-Villars, Paris 1955, 97 p., 1300 fr.

M. Zamansky, *La sommation des séries divergentes.* Gauthier-Villars, Paris 1955, 46 p., 700 fr.

O. Haupt / G. Aumann, *Differential- und Integralrechnung.* III Bd. *Integralrechnung.* Zweite Aufl. unter Mitwirkung von Ch. Y. Pauc. W. de Gruyter & Co. Berlin 1955, 319 S., DM 28.—

P. Wetterfors, *Stjärnor.* Scoutförlaget, Stockholm 1955, 340 s., kr. 14: 50.

C. G. Danver, *Astronomi.* Natur & Kultur, Stockholm 1955, 72 s., kr. 3: 60.

I. Bolin / B. Gustaver, *Från kemins arbetsfält.* Tidens förlag, Stockholm 1954, 146 s., kr. 7: 85.

J. Schöder, *Tysk-svensk radioteknisk ordlista.* Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1955, 62 s., kr. 5: 50.

Fakta. Koncentrerad kunskap i sju band. Bd. 1: Grundvetenskaper. Materien. Bokförl. Fakta, Stockholm 1955, 240 s., kr. 28: —.

H. Bohlin, *Räkneuppgifter i elektroteknik.* Med anvisningar. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1955, 66 s., kr. 3: 75.

C. Lönnqvist, *Astronomi.* Sv. Bokförlaget, Stockholm 1955, 86 s., kr. 3: 75.

Science Progress, Vol. XLIII, 1955: January, April à 10s. 6d. Edw. Arnold, London.

Discovery, 1955: Jan., Febr., March, April à 2s., London.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1985) *Sök och konstruera orten för de punkter som äro så belägna, att de jämte maximi- och minimipunkterna till kurvan* $y=x^3-3ax$ *bilda liksidiga trianglar, när* a *antar olika positiva värden.*

I. Gunsjö

1986) *I parallellogrammen* $ABCD$ *är* $AB=b$, $AC=c$, $AD=d$. *En cirkel genom* A *och* C *avskär på linjerna* AB *och* AD *segmenten* $AB_1=x$ *och* $AD_1=y$, *vilka räknas positiva åt* B *resp.* D *till från* A *räknat. Visa, att* $c^2=bx+dy$. *X.*

1987) *Det finnes i allmänhet åtta cirklar, som tangera en given cirkel och två givna icke parallella räta linjer. Sök tyngdpunkten för de sexton kontaktpunkterna på linjerna. Sök även tyngdpunkten för de åtta centra, när linjerna äro vinkelräta.* *V. Thébault*

Enklare matematiska uppgifter[2]

1988) Lös ekvationen $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} 2a+2=0$, där a är en konstant.

Svar: $90° \pm a+n \cdot 180°$.

1989) Lös ekvationen

$$(1-\sin x)^{-1}+(1-\sin x)^{-2}+(1-\sin x)^{-3}+\ldots=-2\cot x.$$

Svar: $x=300°+n \cdot 360°$.

1990) Bestäm storleken av den term i serien 42, 39, 36 ..., som är $\frac{1}{14}$ av summan av alla de föregående termerna.

Svar: 18 eller -105.

1991) I en given sfärisk sektor med toppvinkeln $2v$ inskrives en regelbunden tresidig pyramid, så att pyramidens topp faller i kalottens mittpunkt och de övriga hörnen på sektorns koniska yta. Beräkna pyramidens maximivolym.

Svar: $\frac{1}{27}\sqrt{3} \cdot r^3 \operatorname{tg}^2 v$, där r är sektorns radie; $2v \leqq 96{,}38°$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1988, 1999, 2000 äro insända av *X*, 1989—1997 av *Axby* och 1998 av *S. B.*

1992) Första derivatan av funktionen $f(x)=\sqrt{1-x^3}$ är för ett visst x-värde medelproportional till funktionen själv och dennas andra derivata. Bestäm detta x-värde.

Svar: $-\sqrt[3]{2}$.

1993) Sök koordinaterna för de punkter på hyperbeln $8x^2-y^2=72$, vilkas avstånd från den på x-axelns negativa del belägna brännpunkten är lika stort som avståndet mellan brännpunkterna.

Svar: $(5;\ \pm 8\sqrt{2})$ och $(-7;\ \pm 8\sqrt{5})$.

1994) Till cirkeln $x^2+y^2-6x-8y-144=0$ drages en sekant, som går genom origo O. Sekanten skär cirkeln i punkterna A och B. Sök koordinaterna för en punkt C på cirkeln så belägen, att sträckan CO är medelproportional till sträckorna AO och BO.

Svar: $(9{,}6;\ -7{,}2)$ och $(-9{,}6;\ 7{,}2)$.

1995) Genom ena ändpunkten av en parameter till ellipsen $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ drages en diameter. Dennas konjugatdiameter skär ellipsen i punkterna A och B. Visa att — om storaxeln $2a$ varierar men lillaxeln $2b$ är konstant — A och B röra sig så, att de hela tiden ligga på var sin av två med y-axeln parallella räta linjer.

Svar: De delar av linjerna $x=\pm b$, för vilka $-b<y<b$.

1996) På ellipsen $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ väljes punkten P så, att kurvans tangent i P går genom fokus till ellipsen $a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2$. Visa, att normalen i P till den förstnämnda ellipsen går genom den senares andra fokus. Möjlighetsvillkor?

Svar: $a \geqq b\sqrt{2}$.

1997) Ändpunkterna för två konjugathyperblars parameterkordor i första kvadranten äro A och B. Diametrarna genom A och B äro konjugatdiametrar. Angiv excentriciteterna.

Svar: $\sqrt{2}$.

1998) Kurvorna $y=x^2$ och $y=a+bx-x^2$ tangera varandra. Den senare går genom punkten $(-1;\ -7)$. Bestäm konstanterna a och b.

Svar: $a_1=-2$, $b_1=4$; $a_2=-18$, $b_2=-12$.

1999) Man har $f(x)=\cos x \cos 2x \cos 3x$. Beräkna $f^{IV}(0)$.

Svar: 392.

2000) Diagonalen i en kvadrat är lillaxel till en ellips, som skär kvadratsidornas förlängningar under räta vinklar. Bestäm excentriciteten.

Svar: $\sqrt{6}:3$.

Lösningar till uppg. 1957—1959

1957) *I ett rätvinkligt koordinatsystem är O origo och A en fast punkt på x-axeln. En variabel cirkel genom A och O skär y-axeln i B. Tangenterna till cirkeln i A och O råkas i C. Sök orten för mittpunkten av den på BC liggande kordan.* *X.*

Låt M vara kordans mittpunkt, Q centrum, Q_1 dess projektion på x-axeln, N mittpunkten av Q_1B och N_1 dess projektion på x-axeln. Enligt en känd sats äro BC och BQ_1 symmetriskt belägna visavi bisektrisen till vinkeln OBA (sats om symmedianer, Shively, Modern geometri, s. 71). Att BC är symmedian (uppg. 1849) i triangeln OBA inses f. ö. sålunda: Om R är projektionen av C på BO är $CR:CA = AQ_1:CA = OB:BA$. Då vinkeln $BMQ = 90°$, följer härav, att trianglarna BOQ_1 och BMQ liksom BOM och BQ_1Q äro likformiga och således i de sistnämnda att vinklarna BOM och BQ_1Q äro lika stora dvs. att OM utdragen går genom N. Som nu $NN_1 = QQ_1$ och $BQ_1 = 2ON$, fås ur $OM:Q_1Q = BO:BQ_1$ att $OM \cdot ON = NN_1^2$, varav till sist inses, att M och projektionen N_2 av N_1 på ON ligga symmetriskt på denna sträcka, vilket innebär att orten för M är en rät kissoid med spetsen O och asymptoten N_1N. Om axelvinkeln $\neq 90°$, blir orten en sned kissoid. *X.*

Även löst av *WS, E. Samén, Sb., N. J., H. Perje, B. Nordman* och *I. Gunsjö*

1958) *I den givna triangeln ABC skär en med BC parallell transversal sidorna AB och AC i E och F resp., som ligga mellan A och resp. sidors mittpunkter. Linjerna EI parallell med AC och FJ parallell med AB skära BC i I resp. J. Hur ändras tyngdpunkten för ytan av trapetset EFIJ, då EF varierar på angivet sätt?* *X.*

Sätt $BC = a$, höjden $= h_a$, $EF = x$ och avståndet mellan EF och $BC = y$ samt tyngdpunktens avstånd från $BC = z$. Enligt Guldins regel erhålles $\pi y^2 x + \frac{1}{3}\pi y^2(a-3x) = \frac{1}{2}y[x+(a-2x)] \cdot 2\pi z$, varav $z = \frac{1}{3}ay:(a-x) = \frac{1}{3}h_a$, ty $y:(a-x) = h_a:a$. Då trapetsets tyngdpunkt även ligger på medianen från A, blir läget oförändrat. *S. B.*

Även löst av *WS, I. Gunsjö, B. Nordman* och *Sb.*

1959) *Om a, b, c, äro olika stora, relativt prima, positiva heltal, vilkas kvadrater i nämnd ordning bilda en aritmetisk serie, så äro talen 2b−a−c och 2b+a+c antingen bägge jämna kvadrater eller också äro deras hälfter det. Detsamma gäller om 2b+a−c och 2b−a+c.* *Y. Ekedahl*

Man får $a^2+c^2 = 2b^2$ (1).

Emedan a och c äro av samma paritet, måste de vara udda, i vilket fall även b är udda, enär a^2+c^2 då ej är delbart med 4. Vore de

nämligen jämna, skulle även b vara jämnt i strid med förutsättningen. Vidare är (1) $(2b-a-c)(2b+a+c)=(a-c)^2>0$. De bägge faktorerna i första ledet ha den gemensamma divisorn 2. Är denna den största gemensamma divisorn, äro faktorernas hälfter rel. prima och alltså (udda) jämna kvadrater. Dessa hälfter, $b-(a+c):2$ och $b+(a+c):2$, kunna icke ha en udda primfaktor gemensam, ty den skulle gå upp i b och $a+c$ och därmed i $(a+c)^2-2ac$ samt i både a och c enl. ekv. (1). Däremot kunna de ha den för $2b$ och $a+c$ största gemensamma divisorn 2 som faktor. I så fall äro bägge faktorerna i första ledet av (1) (jämna) jämna kvadrater. Liknande bevis i andra fallet.

Att satsens bägge eventualiteter kunna inträffa visa exemplen: $7^2+1^2=2\cdot 5^2$; $2\cdot 5+7+1=2\cdot 3^2$; $2\cdot 5-7-1=2\cdot 1^2$; $2\cdot 5+7-1=4^2$; $2\cdot 5-7+1=2^2$; $41^2+1^2=2\cdot 29^2$; $2\cdot 29+41+1=10^2$ osv.

För övrigt känner man sedan gammalt den allmänna lösningen till $a^2+c^2=2b^2$ i hela tal, nämligen $a=k(p^2-2pq-q^2)$, $b=k(p^2+q^2)$, $c=k(p^2+2pq-q^2)$, vilken det emellertid (som framgår ovan) är onödigt att tillgripa. *X.*

Även löst av *H. S., I. Gunsjö* och *Y.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

Mars 1955

Matematiska uppgifter för latinlinjen[1]

1. Lös ekvationssystemet $x+\dfrac{1}{x+y}=3$; $y+\dfrac{2}{x+y}=1$.
2. En fond, som donerats till välgörande ändamål, uppgår vid början av år 1955 till 10 000 kr. Den får emellertid inte användas, förrän den vuxit till minst 15 000 kr. För att fonden skall nå denna storlek redan vid slutet av år 1960, förbinder sig en person att vid varje års slut, första gången år 1955 och sista gången år 1960, till fonden avsätta en så stor summa, att detta blir möjligt. Hur stor skall denna summa minst vara? Räntan beräknas efter 3 % och kapitaliseras vid slutet av varje år.
3. I en cirkel med radien 5 cm inskrives en likbent triangel, i vilken summan av basen och höjden mot basen är 15 cm. Bestäm triangelns vinklar.

[1] Uppg. i matematik för allm. linjen vid Uppsala enskilda lärov. och privatgymn. utgjordes av latinlinjens nr 2, 3, 8 och reallinjens (allm. kurs) nr 1, 4, 5 samt latinlinjens nr 6 (algebraisk lösning) och allm. kurs nr 2, där förh. mellan volymerna av sfären och konen efterfrågas.

4. I en konvergent oändlig geometrisk serie är fjärde termen $3\frac{3}{4}$. Seriens summa är 5 enheter mindre än summan av de båda första termerna. Vilken är serien?
5. I triangeln ABC är vinkeln A 30°, sidan AB 15 cm och bisektrisen till vinkeln B 13 cm. Bestäm triangelns yta.
6. I en rätvinklig triangel är summan av kateterna 2,5 cm. Den ena katetens längd kallas x cm, och kvadraten på medianen mot denna katet kallas y cm². Bestäm y som funktion av x. Upprita därefter motsvarande kurva, och ange med ledning av den grafiska bilden eller på annat sätt det minsta värde y kan anta.
7. I fyrhörningen $ABCD$ är sidorna AB, BC, CD och DA i ordning 5 cm, 7 cm, 3 cm och 4 cm. Diagonalen BD är bisektris till vinkeln ABC. Beräkna vinkeln BAD.
8. I en cirkel är en liksidig triangel med sidan 14 cm inskriven. Från ett hörn drages en korda av längden 16 cm. Beräkna de delar, i vilka den motstående sidan i triangeln delas av kordan.

Resultat: 1. $x_1=2$, $y_1=-1$; $x_2=2\frac{2}{3}$, $y_2=\frac{1}{3}$. — Addera och beräkna $x+y$. 2. 472,9 kr. 3. Toppvinkeln 90° eller 36,88°, basvinkeln 45° resp. 71,56°. 4. −30, 15, −7,5 ... 5. 15,75 cm². 6. $y=1{,}25(x-2)^2+1{,}25$ för $0<x<2{,}5$; $y_{\min}=1{,}25$ (cm²) för $x=2$ (cm). 7. 133,44°. — Vikes fyrhörningen kring BD, faller A i A_1 på BC, och man får en triangel A_1CD med sidorna 2, 3 och 4 cm, där vinkeln vid A_1 är supplementet till den sökta. 8. 5,25 och 8,75 cm. — Om triangeln är ABC och kordan AE (=16 cm) och diametern AD skär BC i resp. F och H, så erhålles FH ur de likformiga trianglarna AED och AHF osv.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. I en konvergent oändlig geometrisk serie är fjärde termen $3\frac{3}{4}$. Seriens summa är 5 enheter mindre än summan av de båda första termerna. Vilken är serien?
2. I en rät cirkulär kon, vars sida är lika stor som basytans diameter, är en sfär inskriven. Bestäm förhållandet mellan volymerna av de båda delar av konen, som ligger utanför sfären.
3. Lös ekvationen $\cos 3x-\cos x=0$. Ordna de erhållna vinklarna i grupper, så att i varje grupp perioden blir 360°. Beräkna därefter värdet av funktionen $\sin x-3\sin 3x$ för de olika gruppernas vinklar.
4. I rektangeln $OABC$ ligger punkten P på sidan OA och punkten Q på sidan OC. Sammanbindningslinjerna CP och AQ skär varandra i punkten R. Punkten S är det fjärde hörnet i en rektangel, vars

övriga hörn är O, P och Q. Bevisa med hjälp av analytisk geometri, att punkterna B, S och R ligger på en rät linje.

5. $f(x)$ är en funktion med derivatan $f'(x)=x+3$. De geometriska motsvarigheterna till funktionerna $y=f(x)$ och $y=f'(x)$ i samma rätvinkliga koordinatsystem skär varandra under rät vinkel i en av skärningspunkterna. Bestäm $f(x)$.
6. Fyra klot är så belägna, att vart och ett tangerar de övriga utantill. Tre av kloten är lika stora, medan det fjärde klotets radie förhåller sig till de andras som 7 : 6. Beräkna förhållandet mellan radierna i de båda klot, som tangerar alla fyra kloten.
7. Upprita kurvan $3y=x^2(6-x^2)$ i dess huvuddrag. Undersök därefter, hur antalet tangenter till kurvan från en punkt P på y-axeln varierar, när P genomlöper nämnda axel.
8. Undersök kurvan $10y=x^4-8x^3+2ax^2$ med avseende på maximi- och minimipunkter för olika värden på konstanten a, och åskådliggör i skilda koordinatsystem exempel på de olika huvudtyper av kurvor, som kan förekomma.

Resultat: **1.** -30, 15, $-7{,}5$ ... **2.** 1 : 9. **3.** Vinklarna: 0°, 90°, 180°, 270° med perioden 360°; resp. funktionsvärden: 0, 4, 0, -4. **5.** $f(x)=\frac{1}{2}x^2+3x+3$. **6.** 10 : 1. **7.** Den m. a. p. y-axeln symmetriska kurvan har min. i origo och max. i $(\pm\sqrt{3};\ 3)$. Genom P $(0,\ l)$ går för $l<-1$ ingen tangent, för $l=-1$ två (dubbla), för $-1<l<0$ fyra, för $l=0$ tre (en dubbel), för $l>0$ två, som dock sammanfaller för $l=3$. **8.** Origo är min.pkt för $a>0$, terrasspkt för $a=0$ och max.pkt för $a<0$. Då a minskar, uppträder för $a<12$ två inflexionspkter — vars bestämning dock ej ingår i allmän kurs och ej heller efterfrågas — av vilka den ena, då a minskar till 9, övergår till en terrasspkt (3; 2,7). För $9>a>0$ finns sedan ett positivt max. och ett min. Det senare övergår för $a=8$ från pos. till neg. värde; min.pkten ligger då i (4; 0) och motsvarande max.pkt i (2; 1,6). Då a sedan går mot noll, går max.-pkten till origo, där man får en terrasspkt. För $a<0$ är origo max.pkt, och man har två min.pkter, belägna i 3:e resp. 4:e kvadr.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Visa, att funktionen $y=\sqrt{x^2+C}$ satisfierar ekvationen $y^3\frac{d^2y}{dx^2}=y^2-x^2$ för alla värden på konstanten C.
2. P är en rörlig punkt på parabeln $y^2=2px$, F är parabelns fokus. Sök och konstruera orten för mittpunkten M på sträckan FP, när P beskriver parabeln. Visa också, att tangenterna i P och M till respektive kurvor är parallella.

3. Två kongruenta hyperbler i samma plan har gemensam medelpunkt, och vinkeln mellan deras transversalaxlar är rät. Kurvorna skär varandra under 45° vinkel. Bestäm deras excentricitet.
4. För funktionen $y=f(x)$ gäller, att $\frac{d^3y}{dx^3}=6x$. Bestäm funktionen så, att motsvarande kurva får en inflexionspunkt i punkten $(-1;\ 0)$ och tangenten i denna punkt blir parallell med linjen $y=4x$. Undersök därefter kurvan med avseende på maximi-, minimi- och inflexionspunkter, samt upprita densamma. (Med $\frac{d^3y}{dx^3}$ menas derivatan av $\frac{d^2y}{dx^2}$ med avseende på x.)
5. I en likbent triangel är basen och höjden mot basen lika stora. I triangeln inskrives en ellips på så sätt, att dess ena axel faller utefter den nämnda höjden. Bestäm excentriciteten så, att ellipsens yta blir så stor som möjligt.
6. Bestäm avståndet r från origo O i ett rätvinkligt koordinatsystem till en punkt P på kurvan $2x^2-2xy+2y^2=1$ som funktion av den vinkel v — räknad i positiv led — som bildas mellan positiva x-axeln och sträckan OP. Undersök, hur detta avstånd varierar, då vinkeln v ändras, och ange speciellt avståndets största och minsta värde. Upprita även kurvan med användning av de erhållna resultaten eller på annat sätt.
7. Undersök kurvan $y=ax-\sin x$ med avseende på maximi-, minimi- och inflexionspunkter för olika positiva värden på konstanten a, och åskådliggör i skilda koordinatsystem exempel på de olika huvudtyper av kurvor, som kan förekomma.

Resultat: 2. Parabeln $y^2=p(x-\frac{1}{4}p)$. — Parallelliteten följer direkt av att parablerna är likställda m. a. p. F. 3. $e=\sqrt{2+\sqrt{2}}$. — Om den ena hyperbeln är $H: b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$ med centrum i O, ligger skärningspunkten P på linjen $y=x$, som halverar vinkeln 45° mellan kurvorna. Tangenten i P till H har därför riktningsvinkeln 67,5° och är parallell med OP:s konjugatdiameter. Ur $kk_1=b^2/a^2$ följer $e^2=1+b^2:a^2=1+\operatorname{tg}45°\cdot\operatorname{tg}67{,}5°=2+\sqrt{2}$. 4. $4y=x^4-6x^2+8x+13$. Min. i $(-2;\ -2{,}75)$, terrasspkt i $(1;\ 4)$, inflex. i $(-1;\ 0)$. 5. $e=\frac{1}{2}$. — Om triangeln projicieras på ett genom basen lagt plan, som bildar 30° med triangelns plan, blir projektionen en liksidig triangel och den största i triangeln inskrivna ellipsen övergår i en cirkel. Då $b:a=\cos 30°=\sqrt{3}:2$, blir $e=\frac{1}{2}$. 6. $r=1:\sqrt{2-\sin 2v}$ med max.=1 för $v=45°$ och 225° och min.=$1:\sqrt{3}$ för $v=135°$ och 315°. Den givna ekv. är symmetrisk, varför de linjer som halverar axelvinklarna också är axlar till kurvan, som är en ellips. 7. Oberoende av a har kurvan sina

inflexionspunkter i skärningspunkterna med linjen $y=ax$; $y'=0$ ger $\cos x=a$, som har rötter, om $0\leqq a\leqq 1$. Om rötterna är x_1 och x_2 och $0<x_1<\pi$ och $\pi<x_2<2\pi$, motsvarar $x_1+2\pi\cdot n$ min. och $x_2+2\pi\cdot n$ max. Om $a=1$, erhållas endast terasspunkter för $x=2\pi\cdot n$. Om $a>1$, är kurvan ständigt stigande. ($a=0$, $y=-\sin x$). Kurvan tangerar linjerna $y=ax\pm 1$ i $x=-\frac{1}{2}\pi+2\pi\cdot n$ resp. $\frac{1}{2}\pi+2\pi\cdot n$.

Uppgifter i fysik

1. Hur många liter bensin åtgår per timme i en flygmaskins motorer, om dessa sammanlagt avger en effekt av 8000 hästkrafter och har en verkningsgrad av 30 %? Den använda bensinens förbränningsvärme är 10 000 kcal per kg. 1 liter bensin väger 0,72 kg.
2. En pendel består av en kula med vikten 1,0 kg, upphängd i en tråd, vars vikt kan försummas. Avståndet mellan upphängningspunkten och kulans tyngdpunkt är 2,6 m. Kulan har så liten volym, att den här kan betraktas som punktformig. Pendeln försättes i konisk pendelrörelse med utslagsvinkeln 60°. På grund av luftmotstånd och annan friktion dämpas rörelsen efter hand för att slutligen helt avstanna. Beräkna den totala energimängd, som därvid övergår i annan form. Svaret får uttryckas i godtycklig energienhet.
3. I en vertikal vägg är två horisontella, sinsemellan parallella och mycket smala dubbar, A och B, inslagna. Avståndet mellan dem är 25 cm och linjen AB bildar en vinkel av 45° med horisontalplanet. A är högre belägen än B. En homogen, jämntjock och tunn rak stav är placerad med sin ena ända omedelbart under B och är lagd över A. Staven befinner sig vidare i ett med väggen parallellt vertikalplan. Hur lång skall staven minst vara för att ligga kvar? Friktionskoefficienten mellan stav och dubbar är 0,50. Figur med på staven verkande krafter erfordras.
4. En skärm belystes med ett knippe parallellt ljus, riktat vinkelrätt mot skärmen. I denna var upptaget ett cirkulärt hål med 40 mm diameter, i vilket en tunn spridningslins med samma diameter var inpassad. På 300 mm avstånd från skärmen och parallellt med denna var en annan skärm uppställd, som belystes av det ljus, som passerat linsen. Den belysta cirkelytan på denna skärm hade en diameter av 184 mm. Beräkna linsens brännvidd. Rita en figur, som visar hur randstrålarna i det infallande knippet brytes i linsen och träffar den andra skärmen. Det förutsättes, att brytning sker enligt den enkla linsformeln.
5. En lodrät stativstång tjänstgjorde som optisk bänk vid en lärjungelaboration, vilken gick ut på att bestämma en vätskas brytningsexponent. Längst ned placerades en liten glödlampa och ett par

decimeter högre upp en stativring, på vilken en sfäriskt formad, tunnväggig glasskål ställdes. Några millimeter under glasskålen anbragtes en bländare, som endast tillät centrala strålar från lampan att träffa skålen. Utefter en lodrät skala, som utgick från skålens botten, kunde en vågrätt ställd liten mattglasskiva förskjutas. Anordningen var centrerad, så att lampans glödtråd, bländarens medelpunkt och den sfäriska skålens medelpunkt befann sig på samma lodlinje. Denna gick också genom mattglasskivan. I skålen hälldes nu en del av den vätska, som skulle undersökas. Vätskeytan stod därvid vid 3,0 mm på skalan. Mattglasskivan förskötts, så att en skarp bild av glödtråden erhölls på den; dess läge var då 183,0 mm på skalan. Sedan ökades vätskemängden i skålen, så att vätskeytan stod vid 33,0 mm. Mattglasskivan måste nu förskjutas till läget 194,5 mm för att bilden av glödtråden skulle bli skarp. Beräkna härav vätskans brytningsexponent. Figur med strålgång erfordras. Glödtråden kan därvid betraktas som punktformig och belägen på ovannämnda lodlinje. Bländaren får utelämnas i figuren.

6. I ett hushåll värmdes vatten i en cistern genom två i cisternen inmonterade och till belysningsnätet parallellt inkopplade motståndsspolar, vardera med en effektförbrukning av 1000 W vid direkt anslutning till belysningsnätet. Man ville minska uppvärmningsanordningens effektförbrukning, kopplade därför motståndsspolarna i serie och anslöt dem sedan till nätet. Hur lång tid tog det efter denna omkoppling att värma 50 liter vatten från +10° till +80° C? Man kan räkna med att 85 % av strömvärmet kommer vattnet till godo. Spolarnas resistanser får anses oberoende av belastningen.
7. Man vill bestämma inre resistansen hos ett begagnat torrelement. Till elementet kopplas parallellt dels en voltmeter med stor resistans, dels ett motstånd med 10 ohms resistans. Voltmetern visar då 0,78 V. Om motståndet utbytes mot ett annat med 20 ohms resistans, visar voltmetern 0,92 V. Beräkna av dessa data den efterfrågade inre resistansen. Kopplingsschema erfordras.
8. I ett katodstrålerör (oscillograf) erhåller elektronerna på grund av spänningen mellan anod och katod en hastighet av $2{,}0 \cdot 10^9$ cm/sek i urladdningsrörets riktning. Med denna hastighet slungas elektronerna fram mellan två i röret insatta kondensatorplattor, som vardera har en längd i röraxelns riktning av 30 mm. Om kondensatorplattorna är oladdade, går elektronerna i en rätlinjig bana, parallell med kondensatorplattornas mot varandra vända, plana ytor. Därefter lämnar de kondensatorn, och efter ytterligare 15 cm slår de emot en skärm, insatt vid slutet av röret, vinkelrätt mot dettas axel. Här framkallar de genom fluorescens en lysande fläck. Laddas kon-

densatorplattorna till olika potential, uppkommer ett elektriskt fält, som kan anses vara homogent och begränsat till området mellan plattorna. Elektronerna avböjas i detta fält, och fluorescensfläcken flyttas 11 mm. Beräkna spänningen mellan kondensatorplattorna, om avståndet mellan dem är 5,0 mm. Förhållandet mellan mätetalen för en elektrons laddning i coulomb och dess massa i gram är $1{,}76 \cdot 10^8$. En laddning av Q coulomb påverkas i ett elektriskt fält med styrkan K volt/cm av kraften $Q \cdot K \cdot 10^7$ dyn. Från andra krafter än de elektriska kan bortses. Figur erfordras.

Resultat: 1. 2340 l. 2. 3,25 kpm. 3. 75 cm. 4. −83,3 mm. 5. 1,62. 6. 9,5 tim. 7. 4,4 ohm. 8. 25,3 V. — En elektron med hastigheten v (cm/sek) längs röraxeln (x-axeln) passerar fältet på tiden $t_1 = 3/v$. I fältet accelereras den och tillryggalägger i y-led $s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$ och når en sluthastighet $v_y = a t_1$, vilken bibehålles under tiden $t_2 = 15/v$, varvid den förflyttas i y-led ytterligare $s_2 = v_y \cdot t_2$. Ur $s_1 + s_2 = 1{,}1$ erhålles $a = v^2/45 = 4 \cdot 10^{18}/45$ osv.

Realexamen v. t. 1955

Provräkning

1. Lös ekvationssystemet $\frac{x}{0{,}2} + 5\left(\frac{y}{3} + 0{,}2x\right) = 37$; $\frac{y}{x} = \frac{1}{10}$.
2. En person köpte den 16 augusti efter 96 % kurs en 3,6 % obligation å 1200 kr med ränteutbetalningsdagar den 1 april och den 1 oktober. Hur mycket betalade han för den, om han fick betala även för upplupen ränta?
3. *ABCDEFGH* är en regelbunden åttahörning. Diagonalerna *AF* och *AG* drages. Hur stora är vinklarna i triangeln *AFG*?
4. En rätvinklig triangels yta är 9 cm², och kateterna förhåller sig som 2 : 3. Beräkna triangelns omkrets.
5. En affärsman köpte en vara från Danmark. Försäljningspriset fastställde han till samma belopp i svenska kronor, som inköpspriset uppgick till i danska kronor. Hur många procents pålägg motsvarade detta, då kursen var 100 danska kr = 75 svenska kr?
6. Hur lång vägsträcka behöver en bil A med hastigheten 75 km/tim för att köra om en annan bil B, vars hastighet är 60 km/tim? Omkörningen beräknas börja, när A är 30 m bakom B, och sluta, när A är 30 m framför B. Ingen hänsyn tas till bilarnas längd och till att bilen A måste svänga ut vid omkörningen och därigenom avvika från den kortaste banan.

7. I den rätvinkliga triangeln ABC är hypotenusan AC 10 cm och kateten AB 8 cm. Normalen från hörnet B mot sidan AC träffar denna sida i punkten P. Normalen från P mot AB träffar denna sida i punkten Q. Bevisa först, att triangeln BPQ är likformig med triangeln ABC. Beräkna därefter omkretsen av triangeln BPQ.
8. En lampskärm av tyg har formen av en rät cirkulär kon, vars topp har skurits bort medelst ett plan, som är parallellt med basplanet. Skärmens nedre diameter är 30 cm, dess övre diameter 12 cm och dess sida 30 cm. Tyget har dragits in ett stycke över både den nedre och den övre öppningen för att delvis täcka dessa och bildar där cirkelringar med bredden 4 cm respektive 2 cm. Hur stor är hela den yta, som är klädd med tyg? $\pi = 3{,}14$.

Resultat: 1. $x=6$, $y=0{,}6$. 2. 1168,20 kr. 3. 22,5°, 45°, 112,5°. 4. $\sqrt{75}+\sqrt{39}=14{,}9$ cm. 5. $33\frac{1}{3}$ %. 6. 300 m. 7. 11,52 cm. 8. 754π cm^2 = $=23{,}7$ dm^2.

Provräkning i realexamen (avkortad kurs)[1]

1. Tre egendomar, taxerade till 40 000, 52 000 och 63 000 kr, skall i förhållande till taxeringsvärdena bekosta en vägförbättring. Hela kostnaden uppgår till 2 325 kr. Hur bör den fördelas på de tre egendomarna?
2. En person går från en plats med en hastighet av 4,5 km/tim. Från samma plats avreser 40 min senare en cyklist efter den förre med en hastighet av 12 km/tim. När och var upphinnes fotgängaren av cyklisten?
3. Lös ekvationen $\dfrac{50x-0{,}4}{0{,}3}-\dfrac{30x-1{,}3}{2}-\dfrac{1{,}8-80x}{1{,}2}=0$
4. Aktierna i en bank lyder på 250 kr. De senaste åren har banken lämnat en utdelning av 9 % på aktierna. Under förutsättning att utdelningen fortfarande blir densamma, hur högt pris kan man betala för fem aktier, om man vill ha 5 % på sina pengar?

Uppg. 5—8 utgjordes av uppg. 1, 2, 5, 6 i ovanstående provräkning.

Resultat: 1. 600 kr, 780 kr, 945 kr. 2. Sedan fotgängaren gått 1 tim 4 min; 4,8 km från utgångspunkten. 3. $x=0{,}04$. 4. 2250 kr.

[1] I praktisk realexamen gavs särskilda provräkningar för maskinteknisk linje, för handelslinje och för huslig linje. Av utrymmesskäl kan f. n. plats ej beredas i tidskriften för dessa uppgifter.

Praktisk realexamen v. t. 1955

Uppgifter i fysik för maskinteknisk linje[1]

1. Två metallstycken, det ena av aluminium, det andra av järn är upphängda i var sin krok under vågskålarna till en balansvåg. Om båda metallstyckena vägs fullständigt nedsänkta i vatten, befinner sig vågen i jämvikt. Men om de vägs i luft, rubbas jämvikten och återställes först, då den ena vågskålen belastas med 10 g. Bestäm vartdera metallstyckets vikt. Aluminiums täthet är 2,6 g/cm³, järns 7,8 g/cm³.
2. En gymnast hänger på raka armar i en trapets. Hans axelbredd är 30 cm, kroppsvikten 60 kg och armlängden 65 cm. Avståndet mellan händerna är 80 cm, räknat längs stången. Beräkna spänningen i vardera armen. Enkel figur erfordras.
3. En kropp med vikten 200 kg ligger på isen på en sjö. Den sättes i rörelse av en med isen parallell kraft på 16 kp. Kraften påverkar kroppen i rörelsens riktning en sträcka av 50 m. Om kraftens verkan därefter upphör, hur långt glider kroppen på isen på grund av sin förvärvade rörelseenergi, om friktionskoefficienten under kroppens rörelse hela tiden antas vara 0,03? g=9,8 m/sek².
4. Två pojkar, som bodde i samma hus, den ena i bottenvåningen, den andra i en våning, som låg 22 m högre upp, råkade en dag i dispyt om var lysgasens övertryck var störst. För att slita tvisten skaffade de sig ett U-rör, innehållande en del vatten, samt en barometer och undersökte med dessa hjälpmedel gasens övertryck. På nedre botten var barometerståndet 756,0 mm Hg och U-röret visade, att gasen där hade ett övertryck av 50 mm vattenpelare. Vilket resultat borde de finna i den övre våningen, där barometerståndet var 754,0 mm Hg? Lysgasens täthet är 0,0005 g/cm³ och kvicksilvrets 13,6 g/cm³.
5. Ett flygplan har vid ett visst tillfälle tillryggalagt en flygsträcka av 75 mil utan mellanlandning med en hastighet av 625 km/tim. Motorn lämnar en effekt av 1200 hk, vilket motsvarar en verkningsgrad av 25 %. Motorbränslet utvecklar vid förbränningen 10 500 kcal/kg. Hur stor var bränsleförbrukningen för denna flygsträcka? Mekaniska värmeekvivalenten=427 kpm/kcal.
6. Från en likströmsgenerator, som håller en konstant spänning av 460 V, utgår två kopparledare till en motor på ett visst avstånd från generatorn. Man vet, att de båda ledarna har samma motstånd, men dess storlek är inte bekant. Vid motorn är en voltmeter

[1] Uppg. för kemisk-teknisk linje utgjordes av uppg. 1, 4—8 för maskinteknisk linje jämte en uppg. på tunna linser och en på elektrolys.

inkopplad, som mäter motspänningen. Vid ett visst tillfälle, då strömförbrukningen är 60 A, visar voltmetern 442 V. Vad visar den vid ett annat tillfälle, då strömstyrkan endast är 20 A? Voltmetern har stort motstånd, och man behöver därför inte ta hänsyn till dess strömförbrukning. Kopplingsschema erfordras.

7. I den yttre ledningen till en ackumulator har man i serie kopplat en voltmeter, en milliamperemeter och ett motstånd. Voltmetern visar 2,04 V och amperemetern 6,8 mA. Sedan ändras ytterledningen så, att voltmetern kopplas parallellt med motståndet och i serie med dessa amperemetern. Voltmetern visar denna gång 2,06 V och amperemetern 27,5 mA. Hur stort är det obekanta motståndet? Kopplingsschema erfordras.
8. En elektrisk kokplatta av en viss typ utgöres av en på översidan plansvarvad gjutjärnsplatta med rännor på undersidan, innehållande två elektriskt isolerade värmespiraler med samma motstånd. Kokplattans effekt kan regleras i fyra olika värmelägen med en omkopplare. I nolläget är strömmen frånslagen. I första läget är de båda spiralerna seriekopplade och ändkontakterna anslutna till nätspänningen. I andra läget är en av spiralerna ansluten till nätspänningen. I tredje läget slutligen är båda spiralerna kopplade parallellt och anslutna till nätet. Vid ett tillfälle uttogs olika värmeeffekter från plattan. Först inkopplades tredje läget under 30 minuter, därefter andra läget under 30 minuter och slutligen första läget under 1 timme. Hur många kilowattimmar förbrukade kokplattan under denna tid? Nätspänningen var 220 volt. Var och en av de båda värmespiralerna har motståndet 88 ohm. Kopplingsschema erfordras, men omkopplaren behöver inte beskrivas. Motståndet hos värmespiralerna får anses oberoende av strömstyrkan.

Resultat: 1. Aluminiumstycket 34 g, järnstycket 24 g. 2. 32,5 kp. 3. $83\frac{1}{3}$ m. 4. Övertrycket 66,2 mm vattenpelare. 5. 347 kg. 6. 454 V. 7. 100 ohm. 8. 1,1 kWh.

Kemi med laboratorieteknik för kemisk-teknisk linje

1. Angiv namn på två olika järnmalmer samt kemiska formler för den väsentliga beståndsdel, som ingår i respektive malmer.
2. Redogör med angivande av reaktionsformler för framställning av a) svavelväte, b) osläckt kalk, c) klorvätesyra, d) blynitrat ur rent bly.
3. Angiv fullständiga reaktionsformler, då utspädda vattenlösningar av följande föreningar var för sig försätts med natriumhydroxid i överskott a) $FeCl_3$, b) $ZnSO_4$, c) $MnSO_4$.
4. Angiv kemiska formler och strukturformler för a) naftalin, b) etan.

5. Redogör för framställning av följande ämnen a) aceton, b) amylacetat, c) acetaldehyd. Angiv även reaktionsformler.
6. Angiv lämpliga indikatorer, som bör användas vid följande titreringar: a) saltsyra titreras med natriumhydroxid, b) neutral vattenlösning av kaliumklorid titreras med silvernitrat, c) lösning innehållande fri jod titreras med natriumtiosulfat.
7. 0,123 g av en organisk syra löses i vatten. Lösningen förbrukar vid titrering 26,10 ml natriumhydroxidlösning. Beräkna normaliteten för natronluten. Syrans ekvivalentvikt är 41,65.
8. Ett mineral innehåller 33,3 % aluminium, 17,4 % kisel och resten syre. Beräkna enklaste kemiska formel för mineralet.
9. En gasblandning med en temperatur av 0° C och ett tryck av 760 mm kvicksilver innehåller 70,0 volymsprocent kväve, 20,0 volymsprocent koldioxid och resten syre. Beräkna vikten i gram av 100 liter av ovan angivna gasblandning.
10. Kristalliserat kopparsulfat löses i vatten. Lösningen surgöres med ättiksyra och försättes med kaliumjodid i överskott. Härvid sker reaktionen:

$$2CuSO_4 + 4KJ = 2CuJ + 2K_2SO_4 + J_2$$

Den frigjorda joden titreras med tiosulfat, varvid 18,60 ml 0,1 N natriumtiosulfatlösning förbrukas. Beräkna hur många gram kristalliserat kopparsulfat, $CuSO_45H_2O$, som åtgått till beredning av kopparsulfatlösningen.

Atomvikter:
Al=27,0 C=12,0 Cu=63,6 N=14,0 Na=23,0 S=32,0 Si=28,1.

Resultat: **7.** 0,113 N. **8.** Al_2SiO_5 (Andalusit). **9.** 141,0 g. **10.** 0,4644 g.

Beskrivande maskin- och byggnadslära för maskin-teknisk linje

1. En kuggväxel skall insättas mellan två parallella axlar, vilkas centrumavstånd är 200 mm. Modulen får ej vara mindre än 3,5 mm, och kuggantalet på minsta hjulet skall vara minst 15. Utväxlingen skall vara 1 : 4. Föreslå hjulens kuggantal och delningsdiametrar.
2. En lyftkran är byggd i form av en rätvinklig triangel med sidorna 4, 3 och 5 meter. Den förstnämnda sidan är vertikal och den andra utgår från den förras toppända. Lasten, 5000 kg, hänger i triangelns yttre hörnpunkt. Den horisontella stången består av 2 likflänsiga vinkelstänger. Tillåten påkänning är 600 kp/cm². Bestäm dessa vinkelstängers dimensioner (bredd×bredd×tjocklek).
3. Man har tillverkat en enkel skottkärra och vill beräkna, om hjulaxeln, som utgöres av en rundjärnsbit, 2 cm i diameter och 12 cm lång, håller för en belastning av 100 kg på kärran. Lasten ligger

40 cm från hjulet och handtagen sitter 180 cm från hjulet. Är det troligt att axeln håller?

4. Man vill bestämma den nödvändiga elmotoreffekten för en svarv vid en bearbetning med 5 mm² spånarea, en skärhastighet av 30 m/min och en specifik skärkraft av 170 kp/mm². För att bestämma den effekt, som behövs för att driva svarven i tomgång utan belastning, gjordes följande försök. I svarvens remskiva, som har 200 mm diameter, fastgjordes en lina och lindades några varv kring skivan. I linans fria ända hängdes så en vikt, och man fann, att när denna uppgick till 35 kg, förmådde den hålla svarven i gång utan belastning. När svarven arbetar, skall denna remskiva gå med 800 r/min. Hur många hk måste elmotorn lämna svarven vid full drift?
5. En axel skall överföra 50 hk vid en vridspänning av 120 kp/cm². Beräkna axeldiametern vid 200 — 300 — 400 — 500 r/min och rita ett diagram, som visar, hur diametern i mm varierar med varvtalet. Använd diagrammet för att finna det lägsta varvtal, vid vilket en 75 mm axel kan överföra 50 hk.
6. En i ena ändan fast inspänd balk är utsatt för en jämnt fördelad belastning. Den får då en viss nedböjning f_1 och utsättes för en viss maximal böjspänning. Balken avlastas och erhåller nu i stället en punktbelastning i fria ändan så stor, att maximala böjspänningen blir densamma som i föregående belastningsfall, under det att nedböjningen blir $=f_2$. Beräkna hur många procent f_2 är större eller mindre än f_1.
7. Ett företag skall anskaffa en pump, som har att uppfordra en vattenmängd av 25 m³/min 50 m högt. Två firmor har lämnat anbud. Den ena firman erbjuder en pump till ett pris av 15 200 kr med en verkningsgrad av 76 %, den andra kan lämna en pump för 22 400 kr med 80 % verkningsgrad. Pumpen skall arbeta 2400 timmar pr år. Elenergien kostar 8 öre pr kWh. Vilken pump blir billigast att använda, om man till driftkostnaden pr år måste lägga en amortering och ränta uppgående till 15 % av pumpens pris?
8. Rita en principskiss över en centralvärmeanläggning för varmvatten och sätt ut beteckningar på de olika detaljerna. Visa var en pump skall inkopplas, om en sådan är behövlig.

Resultat: 1. Kuggantal 20 och 80 och delningsdiam. resp. 80 mm och 320 mm. 2. T. ex. 2 st. vinkeljärn 35×35×5 (erforderlig area 3,13 cm²). 3. Axeln bör hålla. — Vid ogynnsammaste antagandet, koncentrerad last på mitten, är $\sigma = 296$ kp/cm². 4. 9,6 hk. 5. 360 r/m. 6. f_2 är 33 % större än f_1. 7. Den andra (dyrare) firmans pump blir billigast i drift; jämförbara årskostnader ca 54 000 kr., resp. 52 500 kr.

yhet för gymnasiets allmänna linje

Ido Leden - John Lundberg

Lärobok i kemi

Avpassad efter kursplaner och metodiska anvisningar för gymnasiets allmänna linje

Del 1. Kursen för första och andra ringarna av gymnasiets allmänna linje

Huvudsakligt innehåll:

De delar av den organiska kemien som är särskilt viktiga ur biologisk synvinkel.

Tillämpad organisk kemi.

Grundämnenas periodiska system.

Del 2. Kursen för sociala grenen av gymnasiets allmänna linje

Huvudsakligt innehåll:

Metaller och metallföreningar.

De radioaktiva omvandlingarna och atomernas byggnad, den kemiska bindningens natur.

Kärnreaktioner.

Utkommer till höstterminen 1955

SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

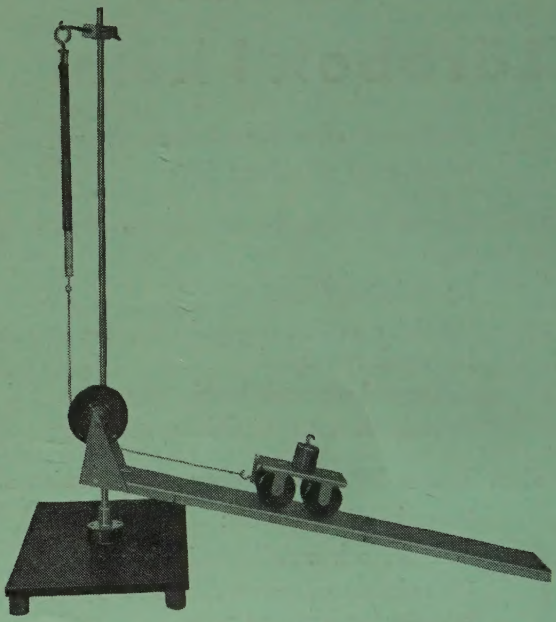
Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

Hamngatan 4, Malmö

Norstedts experimentsats

Allmän fysik



Med experimentsatsen kan man utföra försök på fasta kroppars, vätskors och gasers jämvikt och rörelse. Satsen levereras i specialinredd trälåda.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen

Göteborg Stockholm Malmö

LUND 1955, HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI